Mémento des lois de probabilités

Christophe Dutang

1er octobre 2008

Fonction Génératrice des Probabilités $G_X(z)$	Fonction Génératrice des moments $M_X(t)$	<=>	Transformée de Laplace $L_X(s)$	Fonction Caractéristique $\phi_X(t)$	<=>	Transformée de Fourrier
$\mathbb{E}\left[z^X\right]$	$\mathbb{E}\left[e^{tX}\right]$	<=>	$\mathbb{E}\left[e^{-sX}\right]$	$\mathbb{E}\left[e^{itX}\right]$	<=>	$\mathbb{E}\left[e^{-itX}\right]$

On a par définition

- fonction gamma : $\forall a > 0,\ \Gamma(a) = \int_0^{+\infty} x^{a-1}e^{-x}dx$, gamma incomplète $\forall a, x > 0,\ \gamma(a,x) = \int_0^x y^{a-1}e^{-y}dy,\ \Gamma(a,x) = \int_x^{+\infty} y^{a-1}e^{-y}dy$;
- fonction béta : $\forall a, b > 0,\ \beta(a,b) = \int_0^1 x^{a-1}(1-x)^{b-1}dx$, beta incomplète $\forall 1 \geq u \geq 0, \beta(a,b,u) = \int_0^u x^{a-1}(1-x)^{b-1}dx$;
- factorielle : $\forall n \in \mathbb{N}, n! = n \times (n-1) \dots 2 \times 1$
- factorielle croissante : $\forall n, m \in \mathbb{N}^2, (m)_n = m \times (m+1) \dots (m+n-2) \times (m+n-1)$
- combinaison : $\forall n, p \in \mathbb{N}^2,\ C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ et arrangement $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$
- fonction erreur : $\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2}dt$
- minimum : $\min(n,m) = n \wedge m$
- masse de Dirac : $\forall x > 0, \delta_{x_0}(x) = \begin{cases} +\infty & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ et la fonction échelon : $H_{x_0}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < x_0 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = x_0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$
- fonction Zeta de Riemann : $\forall s > 1, \zeta(s) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^s}$
- fonction de Jonquière : $\forall s > 1, \forall z > 0, Li_s(z) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{n^s}$
- fonctions hypergéométriques $\forall a, b, c \in \mathbb{N}, \forall z \in \mathbb{R},\ {}_2F_1(a,b;c;z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(a)_n(b)_n}{(c)_n} \frac{z^n}{n!}$ et ${}_1F_1(a;b;z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(a)_n z^n}{(b)_n n!}$
- fonction de Cantor : $\forall x \in [0,1], F_n(x) = \begin{cases} x & \text{si } n = 0 \\ \frac{1}{2}F_n(3x) & \text{si } n \neq 0 \text{ et } 0 \geq x \geq \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \text{si } n \neq 0 \text{ et } \frac{1}{3} \geq x \geq \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}F_n(3(x - \frac{2}{3})) & \text{si } n \neq 0 \text{ et } \frac{2}{3} \geq x \geq 1 \end{cases}$
- fonctions de Bessel vérifie $x^2y'' + xy' + (x^2 - \alpha^2)y = 0$, $1^{\text{ère}}$ espèce $J_\alpha(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!\Gamma(n+\alpha+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2n+\alpha}$ et $2^{\text{ème}}$ espèce $Y_\alpha(x) = \frac{J_\alpha(x)cos(\alpha\pi) - J_{-\alpha}(x)}{sin(\alpha\pi)}$.
- fonction de Hankel $H_\alpha^{(1)}(x) = J_\alpha(x) + iY_\alpha(x)$ et de Bessel modifiée $I_\alpha(x) = i^{-\alpha}J_\alpha(ix) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(x/2)^{2k+\alpha}}{k!\Gamma(\alpha+k+1)}$ et $K_\alpha(x) = \frac{\pi}{2}i^{\alpha+1}H_\alpha^{(1)}(x) = \frac{1}{2}\int_0^\infty y^{\alpha-1}e^{-\frac{x}{2}(y+y^{-1})}dy$
- polynomes de Laguerre généralisé $L_n^{(\alpha)}(x) = \sum_{m=0}^n C_{n+\alpha}^{n-m} \frac{(-x)^m}{m!}$

On a les résultats suivants

- fonction Gamma $\forall n \in \mathbb{N}^\star,\ \Gamma(n) = (n-1)!,\ \Gamma(0) = 1,\ \Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi},\ \forall a > 1,\ \Gamma(a) = (a-1)\Gamma(a-1)$
- fonction Béta $\forall a, b > 0, \beta(a,b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$
- $\forall k \in \mathbb{N}, X$ variable aléatoire discrète , $P(X = k) = \frac{1}{k!}\frac{d^kG_X(t)}{dt^k}|_{t=0}; E(X \dots (X-k)) = \frac{d^kG_X(t)}{dt^k}|_{t=1}$
- $\forall X$ variable aléatoire continue $E(X^k) = \frac{d^kM_X(t)}{dt^k}|_{t=0}$

Nom et Symbole	Support	Probabilités élémentaires $P(X=k)$	Espérance	Variance	Fonction Génératrice $G_X(z)$	Fonction Génératrice $M_X(t)$
Loi de Bernoulli $\mathcal{B}(p)$ $0<p<1$	$\{0,1\}$	$(1-p)^{1-k}p^k$	p	$p(1-p)$	$1-p+pz$	$1-p+p/e^t$
Loi Binomiale $\mathcal{B}(n,p)$ $0<p<1, n\in\mathbb{N}^\star$	$\{0,1,\ldots,n\}$	$C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$	np	$np(1-p)$	$(1-p+pz)^n$	$(1-p+p/e^t)^n$
zéro modifié $\mathcal{B}(n,p,\tilde{p})$ $0<p<1, n\in\mathbb{N}^\star$	$\{0,\ldots,n\}$ $K=\frac{1-\tilde{p}}{1-(1-p)^n}$	$\tilde{p}$ si $k=0$ $KC_n^k p^k(1-p)^{n-k}$ sinon	Knp	$Knp(1-p)$ $+(K-K^2)*n^2p^2$	$\tilde{p}+K((1-p+pz)^n$ $-(1-p)^n)$	$\tilde{p}+K((1-p+pe^t)^n$ $-(1-p)^n)$
zéro tronqué $\mathcal{B}(n,p)$ $0<p<1, n\in\mathbb{N}^\star$	$\{1,\ldots,n\}$	$\frac{C_n^k p^k(1-p)^{n-k}}{1-(1-p)^n}$	$\frac{np}{1-(1-p)^n}$	$\frac{np(1-p-(1-p+np)(1-p)^n)}{(1-(1-p)^n)^2}$	$\frac{(1+p(z-1))^n-(1-p)^n}{1-(1-p)^n}$	
Loi Quasi-Binomiale $\mathcal{B}(n,p,\phi)$ $0<p<1, n\in\mathbb{N}^\star, \phi\in]-\frac{p}{n},\frac{1-p}{n}[$	$\{0,1,\ldots,n\}$	$C_n^k p(p+k\phi)^{k-1}(1-p-k\phi)^{n-k}$				
Loi Géometrique $\mathcal{G}(q)$ $0<q<1$	$\mathbb{N}$	$q(1-q)^k$	$\frac{1-q}{q}$	$\frac{1-q}{q^2}$	$\frac{q}{1-(1-q)z}$	$\frac{q}{1-(1-q)e^t}$
zéro modifiée $\mathcal{G}(q,p)$ $0<q,p<1$	$\mathbb{N}$ $K=\frac{1-p}{1-q}$	p si $k=0$ $Kq(1-q)^k$ sinon	$K\frac{1-q}{q}$	$K\frac{1-q}{q^2}$ $+(K-K^2)E^2[X]$	$p+K(\frac{q}{1-(1-q)z}-q)$	$p+K(\frac{q}{1-(1-q)e^t}-q)$
zéro tronquée $\mathcal{G}(p)$ $0<p<1$	$\mathbb{N}^\star$	$p(1-p)^{k-1}$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$	$\frac{pz}{1-(1-p)z}$	$\frac{pe^t}{1-(1-p)e^s}$
Loi Binomiale Négative $\mathcal{BN}(r,p)$ $0<p<1, r\in\mathbb{N}^\star$	$\mathbb{N}$	$C_{r+k-1}^k p^r(1-p)^k$	$\frac{r(1-p)}{p}$	$\frac{r(1-p)}{p^2}$	$(\frac{p}{1-(1-p)z})^r$	$(\frac{p}{1-(1-p)e^t})^r$
$\mathcal{BN}(n,p), n\in\mathbb{N}, 0<p<1$	$\{n,n+1,\ldots\}$	$C_{n-1}^{k-1}p^n(1-p)^{k-n}$	$\frac{n}{p}$	$\frac{n(1-p)}{p^2}$	$(\frac{pz}{1-(1-p)z})^n$	$(\frac{pe^t}{1-(1-p)e^t})^n$
$\mathcal{BN}(r,\beta), r\in\mathbb{R}_+^\star, \beta\in\mathbb{R}_+^\star$	$\mathbb{N}$	$\frac{\Gamma(r+k)}{\Gamma(r)k!}(\frac{1}{1+\beta})^r(\frac{\beta}{1+\beta})^k$	$r\beta$	$r\beta(1+\beta)$	$(\frac{1}{1-\beta(z-1)})^r$	$(\frac{1}{1-\beta(e^t-1)})^r$
zéro modifiée $\mathcal{BN}(r,\beta,p)$	$\mathbb{N}$ $K=\frac{1-p}{1-(\frac{1}{1+\beta})^r}$	p si $k=0$ $K\frac{\Gamma(r+k)}{\Gamma(r)k!}(\frac{1}{1+\beta})^r(\frac{\beta}{1+\beta})^k$ sinon	$Kr\beta$	$Kr\beta(1+\beta)$ $+(K-K^2)E^2[X]$	$p+K\times$ $\left((\frac{1}{1-\beta(z-1)})^r-(\frac{1}{1+\beta})^r\right)$	$p+K\times$ $\left((\frac{1}{1-\beta(e^t-1)})^r-(\frac{1}{1+\beta})^r\right)$
zéro tronquée $\mathcal{BN}(r,\beta)$	$\mathbb{N}^\star$	$\frac{\Gamma(r+k)}{\Gamma(r)k!((r+\beta)^r-1)}(\frac{\beta}{1+\beta})^k$	$\frac{r\beta}{1-(r+\beta)^r}$	$\frac{r\beta(1+\beta-(1+\beta+r\beta)(1+\beta)^{-r})}{(1-(r+\beta)^r)^2}$	$\frac{(1-\beta(z-1))^r-(1+\beta)^{-r}}{1-(r+\beta)^r}$	
Loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$ $\lambda\in\mathbb{R}_+^\star$	$\mathbb{N}$	$e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$	λ	λ	$e^{\lambda(z-1)}$	$e^{\lambda(e^t-1)}$
zéro modifiée	$\mathbb{N}$ $K=(1-p)e^\lambda$	p si $k=0$ $Ke^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$ sinon	$K\lambda$	$K\lambda+(K-K^2)\lambda^2$	$p+K(e^{\lambda(z-1)}-e^{-\lambda})$	$p+K(e^{\lambda(e^t-1)}-e^{-\lambda})$
zéro tronquée $\mathcal{P}(\lambda)$	$\mathbb{N}^\star$	$e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!(e^\lambda-1)}$	$\frac{\lambda}{1-e^{-\lambda}}$	$\frac{\lambda}{(1-e^{-\lambda})^2}$	$\frac{e^{\lambda(z-1)}}{e^\lambda-1}$	$\frac{e^{\lambda(e^t-1)}}{e^\lambda-1}$
Loi Dégénérée $k_0\in\mathbb{Z}^\star$	$\{k_0\}$	1	k_0	0	z^{k_0}	e^{k_0t}
Loi Uniforme discrétisée $\mathcal{U}((k_i)_i)$ $k_i\in\mathbb{Z}^\star$	$\{k_0,\ldots,k_n\}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{k_0+k_n}{2}$	$\frac{n^2-1}{12}$	$\frac{z^{k_0}-z^{k_n+1}}{n(1-z)}$	$\frac{e^{k_0t}-e^{(k_n+1)t}}{n(1-e^t)}$
Loi Hypergéométrique $\mathcal{H}(N,m,n)$ $N\in\mathbb{N}^\star, (m,n)\in\{1,\ldots,N\}^2$	$\{0,\ldots,min(m,n)\}$	$\frac{C_m^k C_{N-m}^{n-k}}{C_N^n}$	$\frac{nm}{N}$	$\frac{nm(N-n)(N-m)}{N^2(N-1)}$	$\frac{C_{N-m}^n\, {}_2F_1(-n,-m;N-m-n+1;z)}{C_N^n}$	$\frac{C_{N-m}^n\, {}_2F_1(-n,-m;N-m-n+1;e^t)}{C_N^n}$

Nom et Symbole	Support	Probabilités élémentaires $P(X=k)$	Espérance	Variance	Fonction Génératrice $G_X(z)$	Fonction Génératrice $M_X(t)$
Loi logarithmique $\mathcal{L}(p)$ $0<p<1$	$\mathcal{N}^\star$	$\frac{-1}{\ln(1-p)}\frac{p^k}{k}$	$\frac{-p}{(1-p)\ln(1-p)}$	$-p\frac{p+\ln(1-p)}{(1-p)^2\ln^2(1-p)}$	$\frac{1-pz}{1-p}$	$\frac{1-pe^t}{1-p}$
Loi de Delaporte $\mathcal{D}(\lambda,\alpha,p)$	$\mathbb{N}$	$\mathcal{P}(\lambda)\times\mathcal{BN}(\alpha,p)$				
Loi de Sichel $\mathcal{S}i(\theta,\lambda,a)$	$\mathbb{N}$	$\frac{\lambda^k}{k!}(1+2a)^{-\frac{\theta+k}{2}}\frac{K_{\theta+k}(\lambda/a\sqrt{1+2a})}{K_\theta(\lambda/a)}$				
Loi de Engen $\mathcal{E}ng(\theta,a)$	$\mathbb{N}^\star$	$\frac{\theta}{1-(1-a)^\theta}\frac{a^k\Gamma(k-\theta)}{k!\Gamma(1-\theta)}$				
Loi Zipf $\mathcal{Z}(s,N)$ $N\in\mathbb{N}^\star, s\in\mathbb{R}_+^\star$	$\{1,\ldots,N\}$	$\frac{1}{k^s\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{1}{i^s}}$	$\frac{H_{N,s-1}}{H_{N,s}}$ $H_{N,s}=\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{1}{i^s}$		$\frac{\sum\limits_{n=1}^{N}\frac{z^n}{n^s}}{H_{N,s}}$	$\frac{\sum\limits_{n=1}^{N}\frac{e^{nt}}{n^s}}{H_{N,s}}$
Loi Zipf Généralisée $\mathcal{Z}(s,N,q)$ $N\in\mathbb{N}^\star, s\in\mathbb{R}_+^\star$	$\{1,\ldots,N\}$	$\frac{\frac{1}{(k+q)^s}}{H_{N,s-1,q}}$ $H_{N,s}=\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{1}{(i+q)^s}$	$\frac{H_{N,s-1,q}}{H_{N,s,q}}-q$			
Loi de Rademacher $\mathcal{R}(1/2)$	$\{-1,1\}$	$\frac{1}{2}$	0	1	$cosh(z)$	$cos(t)$
Loi Skellam $\mathcal{S}k(\mu_1,\mu_2)$	$\mathcal{Z}$	$e^{-\mu_1-\mu_2}\left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)^{\frac{k}{2}}I_k(2\sqrt{\mu_1\mu_2})$ $I_k(2\sqrt{\mu_1\mu_2})=\sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{\mu_1^{k+n}\mu_2^n}{n!(n+k)!}$	$\mu_1-\mu_2$	$\mu_1+\mu_2$	$e^{-\mu_1-\mu_2+\mu_1z+\mu_2/z}$	$e^{-\mu_1-\mu_2+\mu_1e^t+\mu_2e^{-t}}$
Loi Yule $\mathcal{Y}(\rho)$ $\rho>0$	$\mathbb{N}^\star$	$\frac{\rho\Gamma(\rho+1)}{(k+\rho)^{\rho+1}}$	$\frac{\rho}{\rho-1}$	$\frac{\rho^2}{(\rho-1)^2(\rho-2)}$		
Loi Zéta $\mathcal{Z}e(s)$ $s>0$	$\mathbb{N}^\star$	$\frac{1}{k^s\zeta(s)}$	$\frac{\zeta(s-1)}{\zeta(s)}$	$\frac{\zeta(s)\zeta(s-2)-\zeta^2(s-1)}{\zeta^2(s)}$	$\frac{Li(z)}{\zeta(s)}$	$\frac{Li(e^t)}{\zeta(s)}$
Loi Gauss-Kuzmin $\mathcal{GK}$	$\mathbb{N}^\star$	$-\log_2(1-\frac{1}{(k+1)^2})$	$1-\log_2(\frac{k+1}{k+2})$	non définie	non définie	

Variables aléatoires continues

Nom et Symbole	Support	Densité $f_X(x)$	Fonction de Répartition $F_X(x)$	Espérance	Variance	Fonction Caractéristique $\phi_X(t)$	Fonction Génératrice $M_X(t)$
Loi Uniforme $\mathcal{U}(a,b)$ $a<b$	$[a,b]$	$\frac{1}{b-a}\mathbb{1}_{[a,b]}(x)$	$\frac{x-a}{b-a}\mathbb{1}_{[a,b]}(x)+\mathbb{1}_{[b,+\infty[}(x)$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$\frac{e^{ibt}-e^{iat}}{i(b-a)t}$	$\frac{e^{tb}-e^{ta}}{t(b-a)}$
Loi Normale $\mathcal{N}(m,\sigma^2)$ $m\in\mathbb{R},\sigma\in\mathbb{R}_+^\star$ (Gaussienne)	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$	$\int\limits_{-\infty}^{x}\frac{e^{-\frac{(y-m)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}dy$ notée $\Phi(x)$	m	σ^2	$e^{imt-\frac{\sigma^2t^2}{2}}$	$e^{mt+\frac{\sigma^2t^2}{2}}$
Loi Lognormale $\mathcal{LG}(m,\sigma^2)$ $m\in\mathbb{R},\sigma\in\mathbb{R}_+^\star$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(ln(x)-m)^2}{2\sigma^2}}$	$\Phi(\frac{ln(x)-m}{\sigma})$	$e^{m+\frac{\sigma^2}{2}}$	$e^{2m+\sigma^2}(e^{\sigma^2}-1)$		non analytique
Loi Exponentielle $\mathcal{E}(\lambda)$ $\lambda\in\mathbb{R}_+^\star$	$\mathbb{R}_+$	$\lambda e^{-\lambda x}$	$(1-e^{-\lambda x})1_{[0,+\infty[}(x)$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$\frac{\lambda}{\lambda-it}$	$\frac{1}{1-\frac{t}{\lambda}}=\frac{\lambda}{\lambda-t}$
Loi Gamma $\mathcal{G}(\alpha,\lambda)$ $\alpha\in\mathbb{R}_+^\star,\lambda\in\mathbb{R}_+^\star$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)}e^{-\lambda x}x^{\alpha-1}$	$\frac{\lambda\gamma(\alpha,\lambda x)}{\Gamma(\alpha)}$	$\frac{\alpha}{\lambda}$	$\frac{\alpha}{\lambda^2}$	$\left(\frac{\lambda}{\lambda-it}\right)^{-\alpha}$	$\left(\frac{\lambda}{\lambda-t}\right)^{-\alpha}$
Loi Erlang $\mathcal{E}(n,\lambda)$ $n\in\mathbb{N},\lambda\in\mathbb{R}_+^\star$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\lambda^n}{(n-1)!}e^{-\lambda x}x^{n-1}$	$1-\sum\limits_{i=0}^{n-1}\frac{(\lambda x)^i}{i!}e^{-\lambda x}$	$\frac{n}{\lambda}$	$\frac{n}{\lambda^2}$	$(1-\frac{it}{\lambda})^{-n}$	$(1-\frac{s}{\lambda})^{-n}$
Loi Erlang Généralisée $\mathcal{E}(n,(\lambda_i)_i)$ $n\in\mathbb{N},(\lambda_i)_{1\leq i\leq n}\in\mathbb{R}_+^\star$	$\mathbb{R}_+$	$\sum\limits_{i=1}^{n}\prod\limits_{j=1,j\neq i}^{n}\frac{\lambda_j\lambda_i e^{-\lambda_i x}}{\lambda_j-\lambda_i}$	$\sum\limits_{i=1}^{n}\prod\limits_{j=1,j\neq i}^{n}\frac{\lambda_j\lambda_i(1-e^{-\lambda_i x})}{\lambda_j-\lambda_i}$	$\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}$	$\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i^2}$	$\prod\limits_{j=1}^{n}\frac{\lambda_j}{\lambda_j-it}$	$\prod\limits_{j=1}^{n}\frac{\lambda_j}{\lambda_j-t}$
Loi Exponentielle inversée $\lambda>0$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\lambda}{x^2}e^{-\frac{\lambda}{x}}$	$e^{-\frac{\lambda}{x}}$	non définie	non définie		
Loi Gamma inversée $\mathcal{GI}(\alpha,\beta)$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)x^{\alpha+1}}e^{-\frac{\beta}{x}}$	$\frac{\gamma(\alpha,\frac{\beta}{x})}{\Gamma(\alpha)}$ si $\alpha>1$	$\frac{\beta}{\alpha-1}$ si $\alpha>2$	$\frac{\beta^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$	$\frac{2\sqrt{-it\beta}^\alpha}{\Gamma(\alpha)}K_\alpha(2\sqrt{-i\beta t})$	$\frac{2\sqrt{-it\beta}^\alpha}{\Gamma(\alpha)}K_\alpha(2\sqrt{-\beta t})$
Loi Gamma Transformée $\mathcal{GT}(\alpha,\lambda,\tau)$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\tau(\frac{x}{\lambda})^{\alpha\tau}e^{-(\frac{x}{\lambda})^\tau}}{x\Gamma(\alpha)}$	$\frac{\gamma(\alpha,(\frac{x}{\lambda})^\tau)}{\Gamma(\alpha)}$	$\frac{\lambda\Gamma(\alpha+\frac{1}{\tau})}{\Gamma(\alpha)}$	$\frac{\lambda^2\Gamma(\alpha+\frac{2}{\tau})}{\Gamma(\alpha)}-E^2[X]$		
Inverse Gamma Transformée $\mathcal{IGT}(\alpha,\lambda,\tau)$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\tau(\frac{\lambda}{x})^{\alpha\tau}e^{-(\frac{\lambda}{x})^\tau}}{x\Gamma(\alpha)}$	$1-\frac{\gamma(\alpha,(\frac{\lambda}{x})^\tau)}{\Gamma(\alpha)}$	$\frac{\lambda\Gamma(\alpha-\frac{1}{\tau})}{\Gamma(\alpha)}$	$\frac{\lambda^2\Gamma(\alpha-\frac{2}{\tau})}{\Gamma(\alpha)}-E^2[X]$		
Loi du Chi χ_k $k\in\mathbb{N}^\star$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{x^{k-1}}{2^{k-1}\Gamma(\frac{k}{2})}e^{-\frac{x^2}{2}}x^{k-1}$	$\frac{\gamma(\frac{k}{2},\frac{x^2}{2})}{\Gamma(\frac{k}{2})}$	$\frac{\sqrt{2}\Gamma(\frac{k+1}{2})}{\Gamma(\frac{k}{2})}$	$k-E^2[X]$	${}_1F_1(\frac{k}{2};\frac{1}{2};\frac{-t^2}{2})$ $+it\sqrt{2}\frac{\Gamma(\frac{k+1}{2})}{\Gamma(\frac{k}{2})}$ $\times{}_1F_1(\frac{k+1}{2};\frac{3}{2};\frac{-t^2}{2})$	${}_1F_1(\frac{k}{2};\frac{1}{2};\frac{t^2}{2})$ $+t\sqrt{2}\frac{\Gamma(\frac{k+1}{2})}{\Gamma(\frac{k}{2})}$ ${}_1F_1(\frac{k+1}{2};\frac{3}{2};\frac{t^2}{2})$
Loi du Chi décentrée $\chi_{k,\lambda}$ $k\in\mathbb{N}^\star,\lambda>0$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\lambda x^k e^{-\frac{x^2+\lambda^2}{2}}}{(\lambda x)^{\frac{k}{2}}}I_{\frac{k}{2}-1}(\lambda x)$		$\sqrt{\frac{\pi}{2}}\left(L_{\frac{1}{2}}(\frac{-\lambda^2}{2})\right)^{\frac{k}{2}-1}$	$k+\lambda^2-E^2[X]$		

Nom et Symbole	Support	Densité $f_X(x)$	Fonction de Répartition $F_X(x)$	Espérance	Variance	Fonction Caractéristique $\phi_X(t)$	Fonction Génératrice $M_X(t)$
Loi du Chi-deux χ^2_n $n \in \mathbb{N}^\star$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{1}{\Gamma(\frac{n}{2})2^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{x}{2}} x^{\frac{n}{2}-1}$	$\frac{\gamma(\frac{n}{2},\frac{x}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})}$	n	$2n$	$(1-2it)^{-\frac{n}{2}}$	$(1-2t)^{-\frac{n}{2}}$
Loi du Chi-deux décentrée $\chi^2_{k,\lambda}, k, \lambda > 0$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{(\frac{x}{\lambda})^{\frac{k-2}{4}}}{(\lambda x)^{\frac{k}{2}}} e^{-\frac{x+\lambda}{2}} I_{\frac{k}{2}-1}(\sqrt{\lambda x})$	$\sum_{j=0}^{+\infty} e^{\frac{-\lambda}{2}} \frac{(\frac{\lambda}{2})^j \gamma(j+\frac{k}{2},\frac{x}{2})}{j!\Gamma(j+\frac{k}{2})}$	$k+\lambda$	$2(k+2\lambda)$	$\frac{e^{\frac{\lambda it}{1-2it}}}{(1-2t)^{\frac{k}{2}}}$	$\frac{e^{\frac{\lambda t}{1-2t}}}{(1-2t)^{\frac{k}{2}}}$
Loi du Chi-deux inversée χ^2_ν	$\mathbb{R}_+$	$\frac{x^{-\frac{\nu+2}{2}}}{\sqrt{2}\Gamma(\frac{\nu}{2})}$	$\frac{\Gamma(\frac{\nu}{2},\frac{1}{2x})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})}$	$\frac{1}{\nu-2}$ si $\nu > 2$	$\frac{2}{(\nu-2)^2(\nu-4)}$ si $\nu > 4$	$\frac{2(\frac{-it}{2})^{\frac{\nu}{4}}}{\Gamma(\frac{\nu}{2})} K_{\frac{\nu}{2}}(\sqrt{-2it})$	$\frac{2(\frac{-t}{2})^{\frac{\nu}{4}}}{\Gamma(\frac{\nu}{2})} K_{\frac{\nu}{2}}(\sqrt{-2t})$
Chi-deux inversée avec échelle $\chi^2_{\nu,\sigma^2}, \nu, \sigma^2 > 0$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{(\frac{\sigma^2\nu}{2})^{\frac{\nu}{2}}}{\Gamma(\frac{\nu}{2})x^{1+\frac{\nu}{2}}} e^{-\frac{\nu\sigma^2}{2x}}$	$\frac{\Gamma(\frac{\nu}{2},\frac{\nu\sigma^2}{2x})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})}$	$\frac{\nu\sigma^2}{\nu-2}$ si $\nu > 2$	$\frac{2\nu^2\sigma^4}{(\nu-2)^2(\nu-4)}$ si $\nu > 4$	$\frac{2(\frac{-i\nu\sigma^2 t}{2})^{\frac{\nu}{4}}}{\Gamma(\frac{\nu}{2})} K_{\frac{\nu}{2}}(\sqrt{-2i\nu\sigma^2 t})$	$\frac{2(\frac{-t\nu\sigma^2}{2})^{\frac{\nu}{4}}}{\Gamma(\frac{\nu}{2})} K_{\frac{\nu}{2}}(\sqrt{-2t\nu\sigma^2})$
Loi Student $\mathcal{S}t(n)$ $n \in \mathbb{N}^\star$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\sqrt{\pi n}\Gamma(\frac{n}{2})} \frac{1}{(1+\frac{x^2}{n})^{\frac{n+1}{2}}}$	$\frac{1}{2} + x\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right) \times$ $\frac{{}_2F_1\left(\frac{1}{2},\frac{n+1}{2};\frac{3}{2};-\frac{x^2}{n}\right)}{\sqrt{\pi\nu}\,\Gamma(\frac{n}{2})}$	0 si $n > 1$	$\infty, \frac{n}{n+2}$ si $n \leq 2,$ si $n > 2$		non définie
Loi Student $\mathcal{S}t(\nu)$ $\nu > 0$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\sqrt{\pi\nu}\Gamma(\frac{\nu}{2})} \frac{1}{(1+\frac{x^2}{\nu})^{\frac{\nu+1}{2}}}$	$\frac{1}{2} + x\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right) \times$ $\frac{{}_2F_1\left(\frac{1}{2},\frac{\nu+1}{2};\frac{3}{2};-\frac{x^2}{\nu}\right)}{\sqrt{\pi\nu}\,\Gamma(\frac{\nu}{2})}$	0 si $\nu > 1$	$\infty, \frac{n}{n+2}$ si $\nu \leq 2,$ si $\nu > 2$	pour $\nu = 1$ Cauchy	non définie
Loi Pareto 1ère espèce $\mathcal{P}(\alpha,\theta), \alpha, \theta > 0$	$[\theta; +\infty[$	$\frac{\alpha\theta^\alpha}{x^{\alpha+1}} 1\!\!1_{[\theta,+\infty[}(x)$	$1-(\frac{\theta}{x})^\alpha$	$\frac{\alpha\theta}{\alpha-1}$ si $\alpha > 1$	$\frac{\alpha\theta^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$ si $\alpha > 2$	$\alpha(-i\theta t)^\alpha\Gamma(-\alpha,-i\theta t)$	non définie
Loi Pareto 2ème espèce $\mathcal{P}(\alpha,\lambda), \alpha, \lambda > 0$	$[0; +\infty[$	$\frac{\alpha\lambda^\alpha}{(x+\lambda)^{\alpha+1}} 1\!\!1_{[0,+\infty[}(x)$	$1-(\frac{\lambda}{\lambda+x})^\alpha$	$\frac{\lambda}{\alpha-1}$ si $\alpha > 1$	$\frac{\alpha\lambda^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$ si $\alpha > 2$		non définie
Pareto Généralisée $\mathcal{PG}(\alpha,\lambda,\tau)$ $\alpha \in \mathbb{R}^\star_+, \lambda \in \mathbb{R}^\star_+, \tau \in \mathbb{R}^\star_+$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\Gamma(\alpha+\tau)\lambda^\alpha x^{\tau-1}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\tau)(\lambda+x)^{\alpha+\tau}}$	$\beta(\tau,\alpha;\frac{x}{\lambda+x})$	$\frac{\lambda\tau}{\alpha-1}$ si $\alpha > 1$			non définie
Inverse Pareto $\mathcal{IP}(\tau,\lambda), \tau, \lambda > 0$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\tau\lambda x^{\tau-1}}{(x+\lambda)^{\tau+1}}$	$\left(\frac{x}{x+\lambda}\right)^\tau$	$\frac{\lambda\Gamma(\tau+1)}{\Gamma(\tau)}$	non définie		
Loi Béta de 1ere espèce $\beta_1(a,b)$ $a \in \mathbb{R}^\star_+, b \in \mathbb{R}^\star_+$ (Pascal si $b = a$)	$[0,1]$	$\frac{x^{a-1}(1-x)^{b-1}}{\beta(a,b)} 1_{[0,1]}(x)$		$\frac{a}{a+b}$	$\frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)}$		
$\beta_1(a,b,\theta)$ $a, b, \theta > 0$	$[0,\theta]$	$\frac{x^{a-1}(1-x)^{b-1}}{x\beta(a,b)}$	$\frac{\beta(a,b,\frac{x}{\theta})}{\beta(a,b)}$	$\frac{\theta a}{a+b}$	$\frac{\theta^2 ab}{(a+b)^2(a+b+1)}$		
Loi Béta de 2eme espèce $\beta_2(a,b)$ $a \in \mathbb{R}^\star_+, b \in \mathbb{R}^\star_+$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{x^{a-1}}{\beta(a,b)(1+x)^{a+b}}$		$\frac{a}{b-1}$ $sib > 1$	$\frac{a(a+b-1)}{(b-1)^2(b-2)}$ $sib > 2$		
Loi Béta généralisée $\beta_1(a,b,\theta,\tau)$ $a, b, \theta > 0$	$[0,\theta]$	$\frac{x^{a-1}(1-x)^{b-1}\tau}{x\beta(a,b)}$	$\frac{\beta(a,b,(\frac{x}{\theta})^\tau)}{\beta(a,b)}$	$\frac{\theta\Gamma(a+b)\Gamma(a+\frac{1}{\tau})}{\Gamma(a)\Gamma(a+b+\frac{1}{\tau})}$	$\frac{\theta\Gamma(a+b)\Gamma(a+\frac{2}{\tau})}{\Gamma(a)\Gamma(a+b+\frac{2}{\tau})}$ $-E^2[X]$		
Béta transformée $\beta(\alpha,\theta,\gamma,\tau)$ $\alpha, \theta, \gamma, \tau > 0$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\gamma(\frac{x}{\theta})^{\gamma\tau}}{\beta(\alpha,\tau)x(1+(\frac{x}{\theta})^\gamma)^{\alpha+\tau}}$	$\frac{\beta(\alpha,\tau,z)}{\beta(\alpha,\tau)}$ $z \stackrel{\triangle}{=} \frac{(\frac{x}{\theta})^\gamma}{1+(\frac{x}{\theta})^\gamma}$	$\frac{\theta\Gamma(\tau+\frac{1}{\gamma})\Gamma(\alpha-\frac{1}{\gamma})}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\tau)}$	$\frac{\theta^2\Gamma(\tau+\frac{2}{\gamma})\Gamma(\alpha-\frac{2}{\gamma})}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\tau)}$ $-E^2[X]$		

Nom et Symbole	Support	Densité $f_X(x)$	Fonction de Répartition $F_X(x)$	Espérance	Variance	Fonction Caractéristique $\phi_X(t)$	Fonction Génératrice $M_X(t)$
Loi logistique $\mathcal{L}ogit(\mu, s)$ $\mu, s > 0$	$\mathbb{R}$	$\frac{e^{-\frac{x+\mu}{s}}}{s(1+e^{-\frac{x-\mu}{s}})^2}$	$\frac{1}{1+e^{-\frac{x-\mu}{s}}}$ i.e. la fct logistique	μ	$\frac{\pi^2 s^2}{3}$	$e^{\mu i t}\beta(1-ist, 1+ist)$	$e^{\mu t}\beta(1-st, 1+st)$
Loi demi logistique	$\mathbb{R}_+$	$\frac{2e^{-x}}{(1+e^{x})^2}$	$\frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}$	$\ln(4)$	$\frac{\pi^2}{3} - \ln^2(4)$		
Loi log-logisitique $\mathcal{L}og\mathcal{L}ogit(\gamma, \lambda)$ $\gamma, \lambda > 0$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\gamma x^\gamma}{\lambda^\gamma x(1+(\frac{x}{\lambda})^\gamma)^2}$	$\frac{x^\gamma}{\lambda^\gamma + x^\gamma}$	$\lambda\Gamma(1+\frac{1}{\gamma})\Gamma(1-\frac{1}{\gamma})$	$\lambda^2\Gamma(1+\frac{2}{\gamma})\Gamma(1-\frac{2}{\gamma}) - E^2[X]$		
Loi log-logistique généralisée $\mu, \xi \in \mathbb{R}, \xi > 0$	$x \geq \frac{\mu - \frac{\sigma}{\xi}}{signe(\xi)}$	$\frac{(1+\xi z)^{-(\frac{1}{\xi}+1)}}{\sigma(1+(1+\xi z)^{-\frac{1}{\xi}})^2}$ $z \overset{\triangle}{=} \frac{x-\mu}{\xi}$	$(1+(1+\xi z)^{-\frac{1}{\xi}})^{-1}$	$\mu + \frac{\sigma}{\xi}(\alpha\cos(\alpha) - 1)$	$\frac{\sigma^2}{\xi^2}(2\alpha\cos(2\alpha) - \alpha^2\cos^2(\alpha))$		
Loi paralogistique $\alpha, \lambda > 0$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\alpha^2(\frac{x}{\lambda})^\alpha}{x(1+(\frac{x}{\lambda})^\alpha)^{\alpha+1}}$	$1 - \left(\frac{1}{1+(\frac{x}{\lambda})^\alpha}\right)^\alpha$	$\lambda\frac{\Gamma(\alpha+\frac{1}{\gamma})\Gamma(\alpha-\frac{1}{\gamma})}{\Gamma(\alpha)}$	$\lambda^2\frac{\Gamma(\alpha+\frac{2}{\gamma})\Gamma(\alpha-\frac{2}{\gamma})}{\Gamma(\alpha)} - E^2[X]$		
Inverse paralogistique $\tau, \lambda > 0$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\tau^2(\frac{x}{\lambda})^{\tau^2}}{x(1+(\frac{x}{\lambda})^\tau)^{\tau+1}}$	$\left(\frac{1}{1+(\frac{x}{\lambda})^\tau}\right)^\tau$	$\lambda\frac{\Gamma(\tau+\frac{1}{\gamma})\Gamma(\tau-\frac{1}{\gamma})}{\Gamma(\tau)}$	$\lambda^2\frac{\Gamma(\tau+\frac{2}{\gamma})\Gamma(\tau-\frac{2}{\gamma})}{\Gamma(\tau)} - E^2[X]$		
Loi Weibull $\mathcal{W}(\eta, \beta)$ $\eta \in \mathbb{R}_+^\star, \beta \in \mathbb{R}_+^\star$ $\mathcal{W}(\tau, \lambda)$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\beta}{\eta^\beta}x^{\beta-1}e^{-(\frac{x}{\eta})^\beta}$ $\tau\lambda x^{\lambda-1}e^{-\tau x^\lambda}$	$1 - e^{-(\frac{x}{\beta})^\eta}$ $1 - e^{-\tau x^\lambda}$	$\eta\Gamma(1+\frac{1}{\beta})$ $\frac{\tau(1+\frac{1}{\tau})}{\lambda^{\frac{1}{\tau}}}$	$\eta^2[\Gamma(\frac{\beta+2}{\beta}) - \Gamma(\frac{\beta+1}{\beta})^2]$ $\frac{1}{\lambda^{\frac{2}{\tau}}}(\tau(1+\frac{2}{\tau}) - \tau(1+\frac{1}{\tau})^2)$		non explicite
Inverse Weibull $\mathcal{IW}(\eta, \beta)$ $\eta \in \mathbb{R}_+^\star, \beta \in \mathbb{R}_+^\star$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\eta\beta^\eta e^{-(\frac{\beta}{x})^\eta}}{x^{\eta+1}}$	$e^{-(\frac{\beta}{x})^\eta}$	$\eta\Gamma(1-\frac{1}{\beta})$	$\eta^2[\Gamma(\frac{\beta-2}{\beta}) - \Gamma(\frac{\beta+1}{\beta})^2]$		
Loi Burr $\mathcal{B}u(\alpha, \lambda, \tau)$ $\alpha \in \mathbb{R}_+^\star, \lambda \in \mathbb{R}_+^\star, \tau \in \mathbb{R}_+^\star$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\alpha\tau\lambda^\alpha x^{\tau-1}}{(\lambda+x^\tau)^{\alpha+1}}$	$1 - (\frac{\lambda}{\lambda+x^\tau})^\alpha$	$\frac{\lambda^{\frac{1}{\tau}}\Gamma(\frac{\alpha\tau-1}{\tau})\Gamma(\frac{1\tau}{\tau})}{\Gamma(\alpha)}$ si $\alpha > 1$			non définie
Inverse Burr $\mathcal{IB}u(\tau, \lambda, \gamma)$ $\tau, \lambda, \gamma > 0$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\tau\gamma(\frac{x}{\lambda})^{\gamma\tau}}{x(1+(\frac{x}{\lambda})^\gamma)^{\tau+1}}$	$\left(\frac{(\frac{x}{\lambda})^\gamma}{1+(\frac{x}{\lambda})^\gamma}\right)^\tau$	$\frac{\lambda\Gamma(\tau+\frac{1}{\gamma})\Gamma(\tau-\frac{1}{\gamma})}{\Gamma(\tau)}$	$\frac{\lambda\Gamma(\tau+\frac{2}{\gamma})\Gamma(\tau-\frac{2}{\gamma})}{\Gamma(\tau)} - E^2[X]$		
Loi Rayleigh $\mathcal{R}(\sigma)$ $\sigma \in \mathbb{R}_+^\star$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{x}{\sigma^2}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$	$1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$	$\sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}$	$\sigma^2(2-\frac{\pi}{2})$	$1-\sigma t e^{-\frac{\sigma^2 t^2}{2}}\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ $\times\left(\mathrm{erf}\left(\frac{\sigma t}{\sqrt{2}}\right)-i\right)$	$1+\sigma t\, e^{\frac{\sigma^2 t^2}{2}}\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ $\times\left(\mathrm{erf}\left(\frac{\sigma t}{\sqrt{2}}\right)+1\right)$
Loi de Laplace $\mathcal{L}(m, \sigma^2)$ ou Double exponentielle $a \in \mathbb{R}, \sigma^2 \in \mathbb{R}_+^\star$,	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{2\sigma^2}e^{-\frac{\lvert x-m\rvert}{\sigma}}$	$\frac{1}{2}e^{-\frac{m-x}{\sigma}}$ si $x < m$ $1 - \frac{1}{2}e^{-\frac{x-m}{\sigma}}$ sinon	m	$2\sigma^2$	$\frac{e^{mt}}{1-\sigma^2 t^2}$ si $\lvert t\rvert < \frac{1}{\sigma}$	$\frac{e^{imt}}{1+\sigma^2 t^2}$
Loi Kumaraswamy $\mathcal{K}(a, b)$ $a, b \in \mathbb{R}_+^\star$,	$[0, 1]$	$abx^{a-1}(1-x^a)^{b-1}$	$1 - (1-x^a)^b$	$\frac{b\Gamma(1+1/a)\Gamma(b)}{\Gamma(1+1/a+b)}$	non explicite		
Loi Triangle $\mathcal{T}(a, b, c)$ $a \in \overline{\mathbb{R}}, a < b, a \leq c \leq b$	$[a, b]$	$\frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)}$ si $a \leq x \leq c$ $\frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)}$ si $c \leq x \leq b$	$\frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}$ si $a \leq x \leq c$ $1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)}$ sinon	$\frac{a+b+c}{3}$	$\frac{a^2+b^2+c^2}{18}$ $\frac{ab+ac+bc}{18}$	$\frac{(b-c)e^{iat}-(b-a)e^{ict}}{-2(b-a)(c-a)(b-c)t^2}$ $+\frac{-2(c-a)e^{ibt}}{(b-a)(c-a)(b-c)t^2}$	$\frac{(b-c)e^{at}-(b-a)e^{ct}}{2(b-a)(c-a)(b-c)t^2}$ $+\frac{2(c-a)e^{bt}}{(b-a)(c-a)(b-c)t^2}$

Nom et Symbole	Support	Densité $f_X(x)$	Fonction de Répartition $F_X(x)$	Espérance	Variance	Fonction Caractéristique $\phi_X(t)$	Fonction Génératrice $M_X(t)$
Von Mises $\mathcal{VM}(\mu,\kappa)$ $\mu \in \mathbb{R}, \kappa > 0$	$[a, a+2\pi]$ $a \in \mathbb{R}$	$\frac{e^{\kappa cos(x-\mu)}}{2\pi I_0(\kappa)}$	non analytique	μ	$1 - \frac{I_1(\kappa)^2}{I_0(\kappa)^2}$		
Kolmogorov Smirnov $\mathcal{KS}$	$\mathbb{R}_+$		$1 - 2\sum_{i=1}^{+\infty}(-1)^{i-1}e^{-2i^2x^2}$ $= \frac{\sqrt{2\pi}}{x}\sum_{i=1}^{+\infty} e^{-(2i-1)^2\pi^2/(8x^2)}$				
Fischer Snedecor $\mathcal{FS}(m,n) n, m > 0$	$\mathbb{R}_+$	$\frac{\sqrt{\frac{(xm)^m(n)^n}{(xm+n)^{m+n}}}}{x\beta(\frac{m}{2},\frac{n}{2})}$	$I_{(\frac{xm}{m+n})}(\frac{m}{2},\frac{n}{2})$	$\frac{n}{n-2}$ si $n > 2$	$\frac{2n^2(n+m-2)}{m(n-2)^2(n-4)}$ si $n > 4$		
Lévy $\mathcal{L}e$ $\gamma > 0, \delta \in \mathbb{R}$	$[\delta, +\infty[$	$\sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}}\frac{1}{(x-\delta)^{\frac{3}{2}}}e^{-\frac{\gamma}{2(x-\delta)}}$	$2\Phi\left(\sqrt{\frac{\gamma}{x-\delta}}\right) - 1$	$+\infty$	$+\infty$	$e^{-\sqrt{-2i\gamma t}+i\delta t}$	non définie
Loi stable $S_0(\alpha,\beta,\gamma,\delta)$ $\alpha \in]0,2]$ stabilité $\beta \in [-1,1]$ asymétrie $\gamma > 0$ échelle $\delta \in \mathbb{R}$ position	support :	$[\delta - \gamma\tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right); +\infty[$ $]-\infty; \delta + \gamma\tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)]$ $\mathbb{R}$	si $\alpha < 1$ et $\beta = 1$ si $\alpha < 1$ et $\beta = -1$ sinon	$\delta + \beta\gamma\tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)$ $\in \overline{\mathbb{R}}$	cas spéciaux $S_0(1,0,\gamma,\delta) = \text{Cauchy}(\gamma,\delta)$ $S_0(2,0,\gamma,\delta) = \text{Normale}(\gamma, 2\delta^2)$ $S_0(\frac{1}{2},1,\gamma,\delta) = \text{Lévy}(\gamma,\delta)$	$e^{i\delta t-\gamma^\alpha\|t\|^\alpha[1+i\beta sign(t)C]}$ si $\alpha \neq 1$ où $C = \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)(\|\gamma t\|^{\alpha-1} - 1)$ $e^{i\delta t-\gamma\|t\|[1+i\beta sign(t)C]}$ si $\alpha = 1$ où $C = \frac{2}{\pi}\ln(\gamma\|t\|)$	non définie
Gumbel 1ère espèce log Weibull	$\mathbb{R}$	$e^{-x-e^{-x}}$	$e^{e^{-x}}$	γ cste d'Euler $\gamma = 0,57721$	$\frac{\pi^2}{6}$	$\Gamma(1-it)$	$\Gamma(1-t)$
Gumbel 2ème espèce	$\mathbb{R}_+$	$abx^{a-1}e^{-bx^{-a}}$	$e^{-bx^{-a}}$	finie si $a > 1$	finie si $a > 2$		
Fischer Tippett $\mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0$	$\overline{\mathbb{R}}$	$e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}-e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}}}$	$e^{e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}}}$	$\mu + \sigma\gamma$ $\gamma = 0,57721$	$\frac{\pi^2\sigma^2}{6}$	$\Gamma(1-i\sigma t)e^{i\mu t}$	$\Gamma(1-\sigma t)e^{\mu t}$
Wald $\lambda, \mu > 0$	$\mathbb{R}_+$	$\sqrt{\frac{\lambda}{2\pi x^3}}e^{\frac{-\lambda(x-\mu)^2}{2\mu^2 x}}$	$\Phi\left(\sqrt{\frac{\lambda}{x}}(\frac{x}{\mu}-1)\right)$ $+e^{\frac{2\lambda}{\mu}}\Phi\left(-\sqrt{\frac{\lambda}{x}}(\frac{x}{\mu}+1)\right)$	μ	$\frac{\mu^3}{\lambda}$	$e^{\frac{\lambda}{\mu}(1-\sqrt{1-\frac{2\mu^2 it}{\lambda}})}$	
Cauchy $\mathcal{C}(\delta,\gamma)$	$\mathbb{R}$	$\frac{\gamma^2}{\pi[\gamma^2+(x-\delta)^2]}$	$\frac{1}{\pi}\arctan\left(\frac{x-\delta}{\gamma}\right) + \frac{1}{2}$	non définie	non définie	$\exp(\delta\, i\, t - \gamma\, \|t\|)$	non définie
Hyperbolique $\alpha, \beta, \delta, \mu \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\frac{\gamma}{2\alpha\delta K_1(\delta\gamma)}$ $e^{-\alpha\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2}+\beta(x-\mu)}$	non explicite	$\mu+$ $\frac{\delta\beta K_2(\delta\gamma)}{\gamma K_1(\delta\gamma)}$	$\frac{\delta K_2(\delta\gamma)}{\gamma K_1(\delta\gamma)}$ $+\frac{\beta^2\delta^2}{\gamma^2}\left(\frac{K_3(\delta\gamma)}{K_1(\delta\gamma)} - \frac{K_2^2(\delta\gamma)}{K_1^2(\delta\gamma)}\right)$	$\frac{e^{\mu z}\gamma K_1(\delta(\alpha^2-(\beta+z)^2))}{(\alpha^2-(\beta+z)^2)K_1(\delta\gamma)}$	non définie
Hyperbolique générale $\mu, \lambda, \alpha, \beta, \delta \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\frac{(\gamma/\delta)^\lambda}{\sqrt{2\pi}K_\lambda(\delta\gamma)}\ e^{\beta(x-\mu)}$ $\times\frac{K_{\lambda-1/2}\left(\alpha\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2}\right)}{\left(\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2}/\alpha\right)^{1/2-\lambda}}$		$\mu+$ $\frac{\delta\beta K_{\lambda+1}(\delta\gamma)}{\gamma K_\lambda(\delta\gamma)}$	$\frac{\delta K_{\lambda+1}(\delta\gamma)}{\gamma K_\lambda(\delta\gamma)}$ $+\frac{\beta^2\delta^2}{\gamma^2}\left(\frac{K_{\lambda+2}(\delta\gamma)}{K_\lambda(\delta\gamma)} - \frac{K_{\lambda+1}^2(\delta\gamma)}{K_\lambda^2(\delta\gamma)}\right)$	$\frac{e^{\mu z}\gamma^\lambda}{(\sqrt{\alpha^2-(\beta+z)^2})^\lambda}\frac{K_\lambda(\delta\sqrt{\alpha^2-(\beta+z)^2})}{K_\lambda(\delta\gamma)}$	non définie
Cantor v.a. non continue	ensemble de Cantor	aucune	$\lim_{n\to+\infty} F_n(x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$e^{t/2}\prod_{i=1}^{\infty}\cosh\left(\frac{t}{3^i}\right)$	$e^{\mathrm{i}\, t/2}\prod_{i=1}^{\infty}\cos\left(\frac{t}{3^i}\right)$
Voight	$\mathbb{R}$	$\frac{\Re[w(z)]}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ $z = \frac{x+i\gamma}{\sigma\sqrt{2}}$	non explicite $w(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt$	non définie	non définie	$e^{-\gamma\|t\|-\sigma^2t^2/2}$	non définie

Nom et Symbole	Support	Densité $f_X(x)$	Fonction de Répartition $F_X(x)$	Espérance	Variance	Fonction Caractéristique $\phi_X(t)$	Fonction Génératrice $M_X(t)$
Wigner $\mathcal{W}i(R)$ $R > 0$	$[-R, R]$	$\frac{2}{\pi R^2}\sqrt{R^2 - x^2}$	$\frac{1}{2} + \frac{x\sqrt{R^2-x^2}}{\pi R^2}$ $+\frac{arcsin(\frac{x}{R})}{\pi}$	0	$\frac{R^2}{4}$	$\frac{J_1(Rt)}{2Rt}$	
Puissance exponentielle	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{2}a\Gamma(1+1/b)\exp\left(-\lvert x/a\rvert^b\right)$	si $b = 2, a = \sqrt{2}\sigma$ gaussienne	si $b = 1$ laplace			
Variance Gamma	$\mathbb{R}$	$\frac{\gamma^{2\lambda}\lvert x-\mu\rvert^{\lambda-1/2}K_{\lambda-1/2}(\alpha\lvert x-\mu\rvert)}{\sqrt{\pi}\Gamma(\lambda)(2\alpha)^{\lambda-1/2}}$ $\times e^{\beta(x-\mu)}$	non explicite	$\mu + 2\beta\lambda/\gamma^2$	$2\lambda(1 + 2\beta^2/\gamma^2)/\gamma^2$		$e^{\mu z}\left(\gamma/\sqrt{\alpha^2 - (\beta+z)^2}\right)^{2\lambda}$
log gamma $\mathcal{LG}(a, \lambda)$ $a, \lambda > 0$	$]1, +\infty[$	$\frac{\lambda^a}{\Gamma(a)}(\ln(x))^{a-1}x^{-\lambda-1}$					
Benktander I $\mathcal{B}en1(a, b, c), a, b, c > 0$	$]1, +\infty[$	tq $a(a+1) \geq 2b, ac \leq 1$	$1-(a+2b\ln(x))$ $\times cx^{-a-1}e^{-b(\ln(x))^2}$				
Benktander II $\mathcal{B}en2(a, b, c), a > 0, 1 > b > 0$	$]1, +\infty[$	$0 < c \leq a^{-1}e^{a/b}$	$1 - e^{-\frac{ax^b}{b}}$ $\times cax^{-b-1}$				
Inverse gaussienne	$\mathbb{R}_+^\star$	$\sqrt{\frac{\lambda}{2\pi x^3}}\exp\frac{-\lambda(x-\mu)^2}{2\mu^2 x}$	$\Phi\left(\sqrt{\frac{\lambda}{x}}\left(\frac{x}{\mu}-1\right)\right)$ $+e^{\frac{2\lambda}{\mu}}\Phi\left(-\sqrt{\frac{\lambda}{x}}\left(\frac{x}{\mu}+1\right)\right)$	μ	$\frac{\mu^3}{\lambda}$	$e^{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)\left[1-\sqrt{1-\frac{2\mu^2 it}{\lambda}}\right]}$	$e^{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)\left[1-\sqrt{1-\frac{2\mu^2 t}{\lambda}}\right]}$
Inverse gaussienne Généralisée	$\mathbb{R}_+^\star$	$\frac{(a/b)^{p/2}}{2K_p(\sqrt{ab})}x^{(p-1)}e^{-(ax+b/x)/2}$		$\frac{\sqrt{b}\ K_{-1-p}(\sqrt{ab})}{\sqrt{a}\ K_p(\sqrt{ab})}$			
normal Inverse Gaussienne	$\mathbb{R}$	$\frac{\alpha\delta K_1\left(\alpha\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2}\right)}{\pi\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2}}\ e^{\delta\gamma+\beta(x-\mu)}$ $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$		$\mu + \delta\beta/\gamma$	$\delta\alpha^2/\gamma^3$		$e^{\mu z+\delta(\gamma-\sqrt{\alpha^2-(\beta+z)^2})}$
cosinus	$[\mu-\sigma, \mu+\sigma]$	$\frac{1}{2\sigma}\left[1+\cos\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\pi\right)\right]$	$\frac{1}{2}\left[1+\frac{x-\mu}{\sigma}+\frac{1}{\pi}\sin\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\pi\right)\right]$	μ	$\sigma^2\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{\pi^2}\right)$	$\frac{\pi^2\sin(st)}{st(\pi^2-s^2t^2)}\ e^{i\mu t}$	$\frac{\pi^2\sinh(st)}{st(\pi^2+s^2t^2)}\ e^{\mu t}$
Gompertz décalé	$\mathbb{R}_+$	$be^{-bx}e^{-\eta e^{-bx}}\left[1+\eta\left(1-e^{-bx}\right)\right]$	$\left(1-e^{-bx}\right)e^{-\eta e^{-bx}}$				
Valeur Extrême Généralisée	$x > \frac{\mu-\frac{\xi}{\sigma}}{signe(\xi)}$ si $\xi \neq 0$ $\mathbb{R}$ sinon	$\frac{(1+\xi x)^{\frac{-1-\xi}{\xi}}}{\sigma}e^{-(1+\xi z)^{-\frac{1}{\xi}}}$ si $\xi \neq 0$ $\frac{e^{e^{-z}}}{\sigma}$ sinon où $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$	$e^{-(1+\xi z)^{-\frac{1}{\xi}}}$ si $\xi \neq 0$ $e^{e^{-z}}$ sinon	$\mu - \frac{\sigma}{\xi} + \frac{\sigma}{\xi}g_1$ où $g_k = \Gamma(1-k\xi)$	$\frac{\sigma^2}{\xi^2}(g_2 - g_1^2)$		
phase-type $\mathcal{PH}(\pi, T, m)$	$\mathbb{R}_+$	$\boldsymbol{\pi}e^{x\boldsymbol{T}}\boldsymbol{t}_0$ $e^{\boldsymbol{M}} \triangleq \sum_{n=0}^{+\infty}\frac{\boldsymbol{M}^n}{n!}$ et $\boldsymbol{t}_0 \triangleq -\boldsymbol{T}\mathbb{1}_m$	$1-\boldsymbol{\pi}e^{x\boldsymbol{T}}\mathbb{1}_m$	$-1\boldsymbol{\pi}\boldsymbol{T}^{-1}\mathbb{1}_m$	$2\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{T}^{-2}\mathbb{1}_m$ $+(\boldsymbol{\pi}\boldsymbol{T}^{-1}\mathbb{1}_m)^2$	$\boldsymbol{\alpha}(it\boldsymbol{I}_m-\boldsymbol{T})^{-1}\boldsymbol{t}_0$ $\boldsymbol{I}_m \triangleq diag(1\ldots1)$	$\boldsymbol{\pi}(-t\boldsymbol{I}_m-\boldsymbol{T})^{-1}\boldsymbol{t}_0$

Vecteurs aléatoires (dimension d)

Nom et Symbole	Support	Densité $f_X(x)$	Espérance	Matrice de Covariance	Fonction Caractéristique	Fonction Génératrice
Loi Multinomiale $\mathcal{M}(n,p)$ $n \in \mathbb{N}^\star, p \in [0,1]^d, \sum_{i=1}^{d} p_i = 1$	$k \in \mathbb{N}^d$ $\sum_{i=1}^{d} k_i = n$	$\frac{n!}{k_1!\dots k_d!} p_1^{k_1} \dots p_d^{k_d}$	np	$c_{i,i} = np_i(1-p_i)$ $c_{i,j} = -np_i p_j, i \neq j$		
Loi Ewens $\theta \geq 0$	$a \in \mathbb{N}^d$ $\sum_{i=1}^{d} i a_i = d$	$\frac{d!}{\theta(\theta+1)\cdots(\theta+d-1)} \prod_{j=1}^{d} \frac{\theta^{a_j}}{j^{a_j} a_j!}$				
Loi Uniforme $\mathcal{U}(A)$ A borélien borné de $\mathbb{R}$	A	$\frac{1}{\lambda_{Leb}(A)} \mathbb{1}_A(x)$				
Loi Normale $\mathcal{N}(m,\Sigma)$ $m \in \mathbb{R}, \Sigma \in M_{d,d}$	$x \in \mathbb{R}$	$\frac{1}{\sqrt{det\Sigma}(2\pi)^{d/2}} e^{-\frac{1}{2}(x-m)^T \Sigma^{-1}(x-m)}$	m	Σ	$e^{im^T t - \frac{1}{2} t^T \Sigma t}$	$e^{-^t ms - \frac{1}{2} s^T \Sigma s}$
Student $\mathcal{S}t(\mu,\nu,\Sigma)$ $\mu \in \mathbb{R}, \Sigma \in M_{d,d}$	$x \in \mathbb{R}^d$	$\frac{\Gamma\left[\frac{\nu+d}{2}\right]}{\Gamma(\frac{\nu}{2})(\nu\pi)^{\frac{d}{2}} \sqrt{\lvert\mathbf{\Sigma}\rvert}\left[1+\frac{1}{\nu}(x-\mu)^T \Sigma^{-1}(x-\mu)\right]^{\frac{\nu+d}{2}}}$	μ	$\frac{\nu}{\nu-2}\Sigma$ si $\nu > 2$	$e^{it^T \mu} \left(1 + \frac{t^T \Sigma t}{\nu}\right)^{-\frac{d+\nu}{2}}$	
Elliptique $\mathcal{E}ll(\mu,\Sigma,\varphi)$					$e^{it^T \mu} \varphi\left(t^T \Sigma t\right)$	
Von Mises Fischer $\mu \in \mathbb{R}^d, \kappa \geq 0$	$x \in \mathbb{R}$ $\lvert\lvert x \rvert\rvert_2 = 1$	$C_p(\kappa) \exp\left(\kappa \mu^T \mathbf{x}\right)$ $C_p(\kappa) = \frac{\kappa^{p/2-1}}{(2\pi)^{p/2} I_{p/2-1}(\kappa)}$				
Kent	$x \in \mathbb{R}^d$ $\lvert\lvert x \rvert\rvert_2 = 1$	$\frac{e^{\kappa \gamma_1 \cdot \mathbf{x} + \beta[(\gamma_2 \cdot \mathbf{x})^2 - (\gamma_3 \cdot \mathbf{x})^2]}}{\mathrm{c}(\kappa,\beta)}$				
Dirichlet	$x \in \mathbb{R}^d$ $\sum_i x_i = 1$ et $x_i > 0$	$\frac{1}{\mathrm{B}(\alpha)} \prod_{i=1}^{d} x_i^{\alpha_i - 1}$ $\mathrm{B}(\alpha) = \frac{\prod_{i=1}^{K} \Gamma(\alpha_i)}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^{K} \alpha_i\right)}, \qquad \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_K)$	$\frac{\alpha}{\alpha_0}$	$c_{ii} = \frac{\alpha_i(\alpha_0 - \alpha_i)}{\alpha_0^2(\alpha_0+1)}$ $c_{ij} = \frac{-\alpha_i \alpha_j}{\alpha_0^2(\alpha_0+1)}$		