

Les dérivés climatiques et énergétiques

Christophe Dutang

Mathieu Bourges

Michaël Sibilleau

Romain Biard

1er février 2007

Institut Supérieur de Finance et d'Assurance (Lyon)

Table des matières

I	Les aspects macro économiques	3
1	Les dérivés climatiques	3
1.1	L'influence du climat sur l'économie	3
1.2	Le marché des dérivés climatiques	4
1.2.1	Ce que sont les dérivés climatiques	4
1.2.2	Historique	5
1.2.3	Le marché organisé	5
1.2.4	Le marché OTC	7
1.3	Forces et faiblesses des dérivés climatiques	8
1.3.1	Les points forts	8
1.3.2	Les freins au développement des dérivés climatiques	10
2	Les dérivés énergétiques	11
2.1	Caractéristiques	11
2.2	Les marchés du pétrole et du gaz naturel	12
2.2.1	Le marché Spot	12
2.2.2	Risques de prix et produits dérivés	12
2.3	Le marché de l'électricité	13
II	Modèles d'évaluation et application numérique	14
3	L'incomplétude du marché	15
4	Le modèle normal	16
4.1	Descriptif du modèle	16
4.2	Application numérique	16
5	Les séries chronologiques	17
5.1	Le modèle	17
5.2	Application numérique	18
6	Le modèle d'Ornstein-Uhlenbeck	19
6.1	Le modèle	19
6.1.1	Prime de risque	20
6.1.2	Les fonctions d'utilité	20
6.2	Application numérique	21
7	Autres pistes de volarisation	22
8	Conclusion	22

Première partie

Les aspects macro économiques

1 Les dérivés climatiques

1.1 L'influence du climat sur l'économie

Le réchauffement climatique est au coeur de l'actualité et s'invite dans tous les débats idéologiques, politiques, et économiques. Selon l'agence France Presse, le 4ème rapport du Giec¹ (Groupe d'experts international sur l'évolution du climat) devrait prochainement donner des prévisions sur une élévation des températures de 2 à 4.5°C et une hausse du niveau des océans de 28 à 43 centimètres d'ici à 2100.

Parallèlement à cette tendance, de nombreuses études montrent que près de 30% de l'activité des pays développés est directement affectée par les variations météorologiques. Si on ajoute les effets indirects, ce sont 80% des entreprises qui sont concernées dans des secteurs aussi variés que l'énergie, l'agriculture, l'industrie agro alimentaire, la grande distribution, le tourisme et le BTP.

secteur d'activité	principale exposition
énergie	températures
agriculture	gel, précipitations et températures défavorables
agroalimentaire	ensoleillement, température, baisse de la consommation
distribution (habillement, pneus, meubles)	conditions météorologiques générales
tourisme et loisir	enneigement, ensoleillement, températures
santé	hivers très froid, été très chaud
transports	vent, pluie, neige, verglas, gel
BTP	vent, pluie, neige, verglas, gel

TAB. 1 – secteurs économiques impactés par le risque climatique

Quels sont donc les risques réellement encourus par les acteurs de la vie économique (entreprises, Etats, collectivités) ?

On peut tout d'abord penser aux catastrophes naturelles dont les effets impactent directement l'activité et dont les conséquences sont particulièrement lourdes. C'est ainsi que l'Ouragan Andrew survenu en 1992 a coûté près de 19.9 milliards de dollars. Face à de telles menaces, les responsables des différents secteurs d'activité n'ont d'autre choix que de souscrire des contrats d'assurance leur permettant de se couvrir contre la survenance éventuelle de sinistres. De leur côté, les compagnies d'assurance transfèrent une partie de ces risques à des réassureurs, éventuellement même aux marchés financiers via l'émission de CAT BONDS².

¹à l'issue d'un sommet qui se tient actuellement à Paris jusqu'au 2 février 2007

²il s'agit d'obligations « catastrophe » qui présentent les attributs des obligations traditionnelles à la différence pourtant essentielle que lors de la survenance d'une catastrophe, l'émetteur interrompt le paiement des coupons pour financer les indemnités

Mais les risques climatiques ne se limitent pas aux catastrophes naturelles et l'activité de nombreux secteurs dépend de la variabilité « usuelle » des conditions météorologiques (précipitations, températures, enneigement, etc.).

Par exemple, lorsque la température est comprise entre 5°C et 15°C, chaque degré de réchauffement provoque un recul de 2.5% de la consommation d'électricité.

De façon peut être plus inattendue, Jean Carle, responsable des marchés assurance et protections climatiques à Météo France indique : « 83% des ventes de prêt-à-porter s'expliquent par le seul facteur température. Une hausse de 1°C en septembre entraîne une baisse des ventes de 4.75% ».

Et les exemples sont nombreux : en Californie, les centrales hydrauliques sont exposées au risque de sécheresse qui tarit les rivières ; aux Pays-Bas, le législateur interdit aux entreprises de BTP de faire travailler leurs employés si la température descend en dessous d'un certain seuil ; en France, l'actualité montre combien les stations de ski sont exposées à la douceur hivernale.

1.2 Le marché des dérivés climatiques

1.2.1 Ce que sont les dérivés climatiques

Reprenons la définition très complète proposée dans [AD06] : « les dérivés climatiques sont des produits qui rétribuent l'écart à une valeur de référence, et servent donc d'assurance contre une dérive anormale³. Par exemple, un dérivé climatique peut permettre à son détenteur de recevoir un montant fixe d'argent lorsque la température dépasse plus de 3°C la température de référence officielle pour le jour ».

Cette définition fait implicitement appel à la notion d'indice climatique (ici la température) : il s'agit « d'une mesure physique liée au climat [...] et qui présente des valeurs que les activités humaines ne peuvent influencer ».

type de risque	principaux indices	part de marché
température	Cooling Degree Days Heating Degree Days Energy Degree Days Growing Degree Days Variable Degree Days Critical Temperature Days Average Maximum / Minimum	95% (essentiellement HDD et CDD)
précipitations	Critical Rainy Days Successive Rainy Days	3%
enneigement	Critical Snowy Days Successive Snowy Days	2%
ensoleillement	Critical Sunny Days Successive Sunny Days	NA
autres	gel force du vent	NA

TAB. 2 – principaux indices climatiques

³à la différence de l'assurance qui couvre un dommage, le dérivé climatique couvre un risque

Dans le tableau ci-dessus, nous offrons quelques exemples des principaux indices ainsi que la part du marché qu'ils occupent. Notez la part importante que représentent les Cooling Degree Days (CDD) et les Heating Degree Days (HDD) dont nous reparlerons par la suite.

1.2.2 Historique

Dans la suite de ce paragraphe, nous nous inspirons d'un mémoire de fin d'étude (voir [SP05]) auquel il est possible de se référer pour davantage de détails sur les mécanismes macro économiques.

Les dérivés climatiques sont apparus aux Etats-Unis en 1997 dans un contexte juridique de dérégulation du marché de l'énergie. Des compagnies comme Enron, Koch industry et Aquila furent les premières à réaliser des opérations⁴.

Bénéficiant d'une réelle dynamique concurrentielle de la part des gaziers et des électriciens, ces nouveaux produits se sont bien développés outre Atlantique, quoique restant en retrait par rapport aux marchés traditionnels. A coté des marchés OTC, seul le Chicago Mercantile Exchange (CME) propose très rapidement des contrats à terme et des options.

En Europe, il faut attendre 2001 pour qu'Euronext crée ses indices NextWeather sur la France avec pour ambition de les étendre à l'ensemble de l'Europe. En 2002, soit quelques mois avant son rachat par Euronext, le Liffe (London International Financial Futures Exchange) lance ses propres indices climatiques ainsi que des futures et des options sur les températures à Londres, Paris et Berlin. De son coté, Eurexchange décide de lancer 180 indices climatiques sur 30 villes de 19 pays d'Europe.

Mais la plupart de ces initiatives font long feu : en septembre 2003, Euronext retire ses contrats de la cote et renonce *de facto* à émettre des contrats à terme tout en se limitant à produire ses indices NextWeather aux seuls pays membres d'Euronext.

Dernier rebondissement en date : en novembre 2005, PowerNext, la filiale d'énergie d'Euronext lance 9 indices climatiques nationaux européens et 5 indices régionaux français, faut-il y voir les prémices à la cotation de contrats climatiques ?

D'un point de vue quantitatif, le volume actuel des transactions (hors CME) est de 50% en Amérique du Nord, 30% en Europe et 20% en Asie Pacifique.

1.2.3 Le marché organisé

Sur le Chicago Mercantile Exchange (CME), aujourd'hui le seul marché organisé de dérivés climatiques, la valeur des contrats traités en un an (glissant) entre 2005 et 2006 a dépassé 45 milliards de dollars. C'est cinq fois plus que la saison précédente.

Les sous jacents de ces contrats sont des indices de température HDD (Heating Degree Day) et CDD (Cooling Degree Day) qui mesurent l'écart de la température moyenne⁵ à une valeur de référence (généralement 65°F, soit 18.3°C).

Les indices HDD Ces indices sont calculés chaque année entre octobre et avril inclus. En clair, ils sont calculés en période hivernale afin de mesurer la demande de chaud (heat en anglais) de la part des consommateurs .

⁴la première opération fut initiée par la compagnie d'énergie américaine Enron en 1997 afin de couvrir son résultat contre un hiver trop clément

⁵ il s'agit généralement de la moyenne quotidienne entre la température la plus basse et la température la plus haute relevées de minuit le jour J à minuit le jour J+1

Formellement, il s'agit de la différence entre la température moyenne T_i et la température de référence T_{ref} :

$$HDD_n = \sum_{i=1}^n (T_{ref} - T_i)^+$$

Si l'hiver est rude, les températures moyennes sont très basses et le HDD est élevé, ce qui est conforme à la définition.

Les indices CDD Symétriquement aux HDD, les CDD sont calculés d'avril et octobre inclus afin de mesurer la demande de froid (cool) de la part des consommateurs. On a donc :

$$CDD_n = \sum_{i=1}^n (T_i - T_{ref})^+$$

On retiendra qu'un été très chaud entraîne un CDD élevé et qu'un hiver très froid entraîne un HDD élevé.

Les contrats à terme (futures) Les contrats à terme sont libellés en dollars pour les villes américaines et en livres pour les villes européennes. La taille de chacun d'entre eux est de 20\$ (ou 20£) par degree day. Le cours du sous jacent peut donc être défini par : $S_n = 20 \times \sum_{i=1}^n (T_i - T_{ref})^+$ dans le cas du HDD.

Exemple : prenons le cas simple d'une compagnie distributrice d'électricité qui souhaiterait se protéger contre un hivers trop doux. Pour se couvrir contre un tel risque, la compagnie vend en octobre des futures à un cours S_0 avec pour température de référence, la moyenne historique des températures.

- Si l'hiver est effectivement très froid ie $S_T > S_0$, la compagnie compensera ses pertes relatives au payoff par une consommation plus importante d'électricité.
- Mais si l'hivers est plus doux que la normale ($S_T < S_0$), la compagnie réalisera un gain sur les contrats qui compensera le manque à gagner en terme de consommation.

Dans les deux cas, la compagnie parvient à lisser ses résultats par la vente de contrats futures.

Remarque : si durant la période hivernale les températures sont résolument trop basses, la compagnie peut encore décider de racheter ses contrats avant le terme initial en vue de réaliser une marge supplémentaire. Une telle position s'avèrerait purement spéculative puisque une baisse brutale des températures ne peut être exclus (la saison hivernale actuelle en atteste).

Les options "européennes" Reprenons l'exemple de notre compagnie d'électricité et posons nous la question de savoir ce qu'il adviendrait si l'hivers était particulièrement froid.

Dans ce cas, il n'est pas du tout certain que la compagnie puisse faire face à la demande de chaud de la part des consommateurs. En d'autres termes, il faut à la fois se protéger contre un hivers trop doux mais aussi contre un hivers trop rude.

Une solution permettant de répondre à ce double impératif peut consister en l'achat d'un Call sur HDD de prix d'exercice K_1 et d'un Put sur HDD de prix d'exercice K_2 avec $K_1 < K_2$, ce qui constitue par définition un Strangle long.

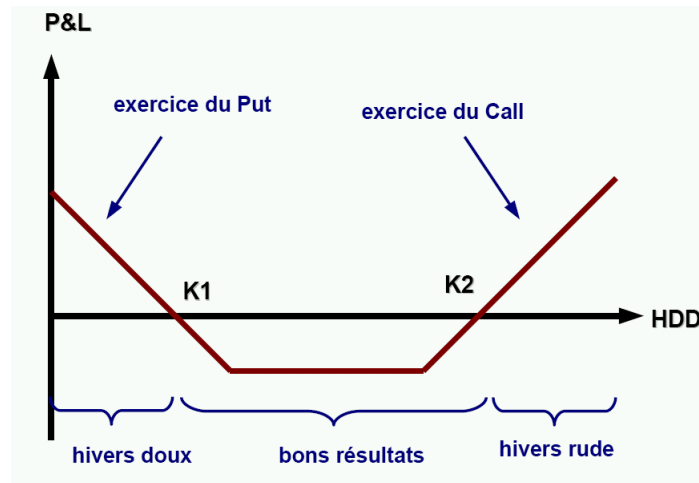


Figure 1: couverture d'une compagnie d'électricité par un Strangle long

1.2.4 Le marché OTC

Le marché de gré à gré est beaucoup plus développé que le marché organisé car il permet aux investisseurs de structurer des couvertures “sur mesure” dans l'espace, dans le temps et en fonction des indices climatiques retenus : la température bien entendu⁶ mais aussi le vent, la pluie, la neige, etc.

Nous donnons dans ce qui suit quelques exemples de produits que l'on rencontre sur les marchés OTC .

Les options avec cap et floor Ce sont des options dont le profil de gain présente un maximum (le cap rate) ou un minimum (le floor) permettant à l'acheteur de se couvrir contre des conditions climatiques défavorables à son activité.

A titre d'illustration, prenons l'exemple d'une station de sport d'hivers qui souhaite se protéger contre un hiver trop doux. Elle peut acheter un Put sur HDD de prix d'exercice K , de tick 100\$ et dont le cap fixé à G_{max} .

Le profit & loss est donné par :

$$P\&L = \max(100 \times (K - HDD)^+, G_{max}) - \text{prime}$$

On se reportera à la page suivante pour visualiser l'allure d'un profit and loss sur un Put capé.

⁶ on retrouve les indices CDD et HDD mais aussi d'autres indices comme les Critical Event Day (CED) valant 1 si un facteur météo franchit un certain seuil et 0 sinon

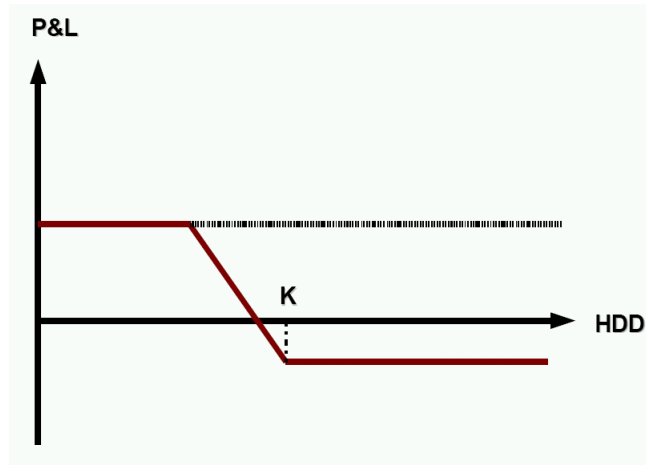


Figure 2: couverture d'une station de ski par un Put capé

Les swaps Un swap reflète un accord contracté entre deux parties soumises à des risques opposés. On retrouve le même fonctionnement qu'avec un swap de taux à cette différence près que seule l'une des parties procède au paiement à l'échéance.

Le collar Le collar est la combinaison d'une position longue sur un Call capé et d'une position courte sur un Put flooré. Ce produit est analogue à un swap comportant deux prix d'exercice K_1 et K_2

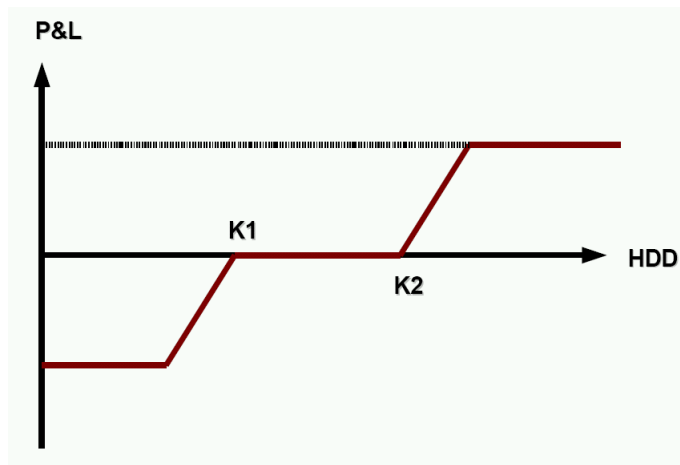


Figure 3: exemple de collar sur HDD

1.3 Forces et faiblesses des dérivés climatiques

1.3.1 Les points forts

Incontestablement, les dérivés climatiques protègent l'activité des entreprises et ce, à différents égards :

- Protection contre une baisse du volume des ventes. *Exemple* : un vendeur de glace doit se prémunir contre un été trop frais
- Protection contre une hausse des coûts de production. *Exemple* : la teneur en sucre de la betterave dépend de l'ensoleillement. Une entreprise sucrière doit se protéger contre des températures trop basses et des précipitations abondantes
- Protection contre une baisse d'activité. *Exemple* : un opérateur d'éoliennes doit se prémunir contre des vents trop faibles.
- Protection contre un risque non couvert par les compagnies d'assurance. *Exemple* : un électricien couvre ses lignes contre la survenance d'une tempête.

En se protégeant contre les pertes et les manques à gagner, les entreprises parviennent à lisser leurs bénéfices et à réduire la volatilité. D'autant que pour celles cotées en bourse et faisant l'objet d'une appréciation de la part des agences de notation, ce lissage favorise une appréciation du rating. Sur ce sujet, Standard & Poors souligne⁷ l'intérêt des dérivés climatiques pour « diminuer la volatilité des résultats et améliorer [...] le profil financier des énergéticiens européens ».

Et que dire aussi de la loi NRE qui impose maintenant aux entreprises cotées d'expliquer comment elles gèrent leurs risques dans leur rapport annuel.

Mais ce n'est pas tout, les dérivés climatiques trouvent également une application dans le champ des opérations marketing. C'est ainsi qu'en 2005, Michelin a couvert son offre promotionnelle « garantie hivers doux » dont l'offre était la suivante : pour quatre pneus achetés entre le 1er novembre et le 20 décembre, le fabricant s'engageait à verser un avoir de 50 euros si la température moyenne de la région restait supérieure à 7°C.

L'hiver a été particulièrement froid et Michelin n'a pas eu à exercer son option.



Figure 4: campagne publicitaire pour l'opération marketing de Michelin

L'application la plus récente des dérivés climatiques concerne l'aide humanitaire. Dans son édition de mai 2006, le journal *Les Echos* révélait qu'Axa Ré avait mis en place le premier contrat d'assurance

⁷«Weather derivatives gives European energy utilities a sunnier outlook», juillet 2003

pour l'aide humanitaire d'urgence : moyennant une prime de 930 000 dollars, une aide allant jusqu'à 7 millions devait être débloquée en cas de sécheresse durant la campagne agricole en Ethiopie.

Le PAM (Programme Alimentaire Mondial) étudie actuellement une protection semblable en Amérique centrale contre le risque d'excès de précipitations.

1.3.2 Les freins au développement des dérivés climatiques

Le premier obstacle au développement des dérivés climatiques est le risque de base c'est à dire le risque que l'indemnisation s'écarte du préjudice réel. En d'autres termes, il s'agit du risque que l'indice retenu soit mal corrélé à l'activité de l'entreprise.

Dans certains secteurs comme la consommation de bière ou de glaces, la variable explicative donne une bonne traduction en terme de ventes. Mais dans la plupart des autres secteurs, la dépendance entre l'activité et l'indice climatique est rarement linéaire, ce qui nécessite la construction d'indices climatiques « sur mesure ». De telles études sont généralement confiées à des banquiers, réassureurs ou à des cabinets spécialisés dans la gestion des risques.

C'est de cette façon qu'Axa Ré a créé en 2005 le Bevex (Beverage Index) dont la définition s'apparente aux HDD et CDD mais avec une température de référence fixée en fonction de la boisson pour laquelle l'indice est construit.

Il faut noter que le coût de telles expertises peut s'élever jusqu'à plusieurs dizaines de milliers d'euros (ce qui les rend dissuasives) en raison d'un travail d'analyse devant faire face à de nombreuses difficultés :

- la nécessité de traiter des données historiques avec un marché tout de même immature
- le discernement dans l'influence des indices climatiques parmi les autres variables explicatives
- la sensibilité des indices en fonction de la géographie de l'activité à protéger
- l'incomplétude du marché qui représente un frein à la modélisation

Le second obstacle au développement des dérivés climatiques est une mauvaise culture dans l'appréciation des risques. Dans son édition du 5 octobre dernier, le journal *Les Echos* titrait : « la dure conversion des industriels à la gestion de leur risque climatique »⁸.

Parfois le risque est connu mais il n'est pas couvert par des dérivés. Dans un document daté du 1er avril 2005, GDF indique que « les résultats du groupe sont affectés principalement par trois facteurs externes : le prix du pétrole, le taux de change entre l'euro et le dollar américain et les conditions climatiques. [...] Les conditions climatiques ont une incidence importante sur la consommation de gaz naturel, surtout la consommation des particuliers, qui est principalement utilisée pour le chauffage. [Elles] ont donc un impact significatif sur les résultats du groupe ».

Pourtant, malgré ce constat très clair, l'entreprise justifie son immobilisme de la façon suivante : « à long terme, ce risque est nul en espérance et par conséquent neutre pour GDF. A moyen terme, GDF accepte une volatilité de son résultat relative aux aléas climatiques ».

Quant à l'analyse des risques faite par EDF, on constate vite qu'elle est semblable. Le groupe relève bien une corrélation entre les écarts de températures et la consommation mais dans son document de base de juillet 2005, aucune mesure de couverture n'est proposée.

Seul Poweo, l'opérateur indépendant de gaz et d'électricité se couvre d'une façon plutôt astucieuse. Cette compagnie achète à terme une partie de ses besoins en électricité (en fonction des prévisions) et gère les reliquats par des opérations Spot sur Euronext.

⁸voir l'article complet en annexe

2 Les dérivés énergétiques

Les dérivés énergétiques sont plus anciens que les produits climatiques. Ils sont apparus il y a une vingtaine d'années à la faveur d'un changement de réglementation aboutissant à l'émergence de marchés.

Trois types d'acteurs se sont très rapidement intéressés à ces produits :

- les sociétés dont l'énergie est au coeur de leur fonctionnement
- les investisseurs
- les consommateurs

2.1 Caractéristiques

La principale caractéristique du marché de l'énergie est la grande volatilité des prix. Cela s'explique pour différentes raisons :

- l'influence des conditions climatiques qui impactent la demande et donc le prix du marché
- les coûts d'approvisionnement et de distribution qui sont fonction d'une consommation erratique
- les difficultés de stockage et l'inhomogénéité géographique

Pour limiter ces effets, les pouvoirs publics ont pris un certain nombre de mesures visant à faciliter l'acheminement et le stockage des énergies. Mais cela ne suffit pas à stabiliser le prix de l'électricité, du gaz et du pétrole en raison d'une variabilité de la demande quasi permanente.



FIG. 5 – comparaison des cours de différents produits à celui du pétrole

Le graphique *supra* compare différents prix du marché OTC : celui du sucre, de l'or, du pétrole et de l'indice S&P 500. Dans la mesure où les prix Spot sont négociés la veille de leur livraison, on peut affirmer qu'ils reflètent assez bien l'équilibre de l'offre et de la demande à court terme. Sur la figure ci-dessus, on constate que la plus grande volatilité est celle relative au cours du pétrole⁹.

2.2 Les marchés du pétrole et du gaz naturel

2.2.1 Le marché Spot

C'est le changement de réglementation dans la politique américaine qui a permis un développement massif du marché Spot du gaz et du pétrole.

A titre d'illustration, le marché OTC du gaz qui était quasi inexistant au début des années 80 a atteint près de 80 % des échanges en dix ans pour finalement retomber à 35-40 % aujourd'hui. On constate une évolution semblable pour le pétrole.

Le marché Spot est confronté à des difficultés liées à sa relative immaturité et à l'influence de facteurs exogènes que sont :

- la croissance économique
- les conditions météorologiques
- le raffinage, le stockage et le transport
- les événements politiques et les décisions de l'OPEC (the Organization of Petroleum Exporting Countries)

Globalement, on compte une douzaine de marchés Spot pour le pétrole, d'ailleurs étroitement liés entre eux¹⁰.

Quant au prix du gaz, il est principalement fixé corrélativement aux trois plus grands marchés : celui des États-Unis, du Canada et du Mexique.

Notons qu'il n'y a pas d'arbitrage dû à la localisation et ce, en raison d'un contrôle étatique des transports de l'énergie, ce qui interdit toute compétition en la matière.

2.2.2 Risques de prix et produits dérivés

Pour se protéger contre la variabilité des prix de l'énergie, et face à la relative impuissance des pouvoirs publics, les énergéticiens ont développé des produits dérivés de couverture.

Les premiers contrats à terme portant sur le pétrole sont apparus en 1978 sur le marché américain Nymex (New York Mercantile Exchange) qui reste aujourd'hui le premier marché spécialisé.

Les contrats de base Il s'agit des contrats usuels que nous avons évoqués en 1.2 à cette différence près que le sous jacent est le cours du produit énergétique (le prix du pétrole à un instant précis par exemple). Nous pouvons citer :

- les Calls / Puts
- les Swaps
- les Futures
- les options Crak (ou Spark) Spread

⁹en considérant l'effet spéculatif du cours du sucre à la fin 2000 comme valeur aberrante

¹⁰les spéculateurs ont tendance à profiter rapidement de l'opportunité d'arbitrage liée à la localisation des marchés

Ce qui intéresse les acteurs d'un marché, c'est plus la marge réalisée sur le produit que le prix du produit lui-même.

Pour se couvrir contre un risque de marge trop faible, il est tout à fait possible de combiner des options classiques. Mais cela peut vite s'avérer coûteux et c'est pour cette raison que Nymex a produit des options permettant d'avoir une marge fixe en agissant sur plusieurs produits simultanément.

Exemple :

Prenons le cas d'un raffineur ayant besoin de 2 barils d'huile brute pour obtenir un baril d'huile de chauffage et deux barils d'essence sans plomb.

S'il anticipe une hausse du cours de l'huile brute et concomitamment une stagnation du prix de l'essence (ie. il anticipe une baisse de sa marge), il lui est possible d'acheter une option Crack Spread permettant de fixer les prix de tous les produits simultanément.

En pratique, cela revient à acheter un Call sur l'huile brute et à vendre deux Puts : un sur l'huile de chauffage et l'autre sur l'essence sans plomb.

Les options Calendar Spread Le coût de stockage joue un rôle important dans l'évaluation du prix du gaz et du pétrole. Imaginons que l'on achète du pétrole en été et qu'on décide de le vendre en hiver lorsque la demande est la plus importante.

Si l'hiver est conforme aux normales saisonnières, cette opération s'avère infructueuse car le cours du pétrole est basé sur un historique intégrant le prix de stockage. Mais si l'hiver est excessivement rude, les prix du pétrole et du gaz évoluent à la hausse et l'exercice du droit d'option apporte une couverture intéressante

Les options Calendar Spread se basent sur ce raisonnement : elles correspondent à des options de type Call/Put de même prix d'exercice mais à des dates d'échéance différentes.

Exemple :

Une société estime que ses coûts de stockage sont plus chers que la marge qu'elle réalise en achetant en été et en vendant à terme en hiver.

Une solution à ce problème est l'achat d'un Calendar Spread Call de façon à disposer d'une quantité de pétrole en hiver à un prix fixé en été. Tout se passe donc comme si la société achetait en été pour vendre en hiver en payant une prime d'option assimilable à des coûts de stockage.

Les contrats VPP (Volumetric Production payment) Ces contrats sont en réalité des emprunts dont les remboursements sont effectués en quantité d'énergie¹¹.

On peut en effet imaginer qu'un producteur de gaz ou de pétrole ait besoin de fonds et qu'il les emprunte à des investisseurs en échange d'une quantité d'énergie fixée à l'avance et livrable à terme. La durée de ce type de contrat est généralement entre 3 et 5 ans.

On se reportera au tableau 3 pour avoir une idée des différentes stratégies de couverture.

2.3 Le marché de l'électricité

On retrouve sur ce marché les mêmes options que celles disponibles sur les marchés du pétrole et du gaz naturel. Il est même possible d'échanger des options Spark Spread (voir [HUL04] - Chap.9) dans le but ultime de couvrir le risque de prix.

¹¹à l'instar d'un marché obligataire, un risque de défaut est introduit par une telle opération

acteurs	risques de prix	stratégies utilisés
producteurs de pétrole	prix bas	vente d'un future ou d'un Put
raffineurs de pétrole	prix haut du pétrole	achat d'un future ou d'un Call
	prix de production bas	vente d'un future ou d'un swap ou achat d'un Put sur le pétrole
	faible marge de profit	achat d'un Crack Spread
sociétés de stockage	prix d'achat élevé ou prix de vente bas	achat ou vente d'un Calendar Spread
distributeurs locaux de gaz	prix instables prix de la vente en gros plus haut que le détail	achat d'un future, d'un Call ou d'un contrat classique
centrales de gaz	faible marge de profit	achat d'un Spark Spread
les compagnies aériennes et les expéditeurs	prix de carburant élevé	achat d'un Swap

Table 3: différentes stratégies permettant de se couvrir contre le risque de prix

Deux différences pourtant essentielles distinguent les deux catégories de marchés.

Tout d'abord, le sous jacent ne peut être stocké et il circule quasi instantanément, ce qui complique l'évaluation en temps réel de son prix. Conséquence : certaines transactions peuvent être réévaluées plusieurs mois après une entente préalable !

Mais surtout, le marché de l'électricité est fortement corrélé aux conditions climatiques ce qui, comme nous l'avons longuement évoqué (voir 1), pose des problèmes en terme de livraison face à des besoins de consommation instables.

Tout ceci se traduit par des coûts élevés, d'autant plus élevés que les marchés tendent à se déréguler, rendant *de facto* les prix des produits dérivés parfois inabordables.

A coté de ce risque de prix, il existe également un risque lié au fonctionnement d'une activité d'entreprise comme par exemple les transports ferroviaires. Dans ce cas, les produits que nous venons de décrire ne suffisent pas et il est préférable d'avoir recours à des dérivés climatiques, des contrats d'assurance ou encore des permis d'émissions négociables.

Ces permis constituent tout simplement des droits à émettre une certaine quantité de polluants pendant une période donnée. Initialement, ils avaient été mis en place pour favoriser une hausse des exigences environnementales (par une diminution des permis et donc par une baisse globale des émissions).

Notons simplement que ces permis peuvent être :

- utilisés pour avoir le droit d'émettre la quantité de polluants correspondante
- échangés, vendus ou achetés
- mis en réserve pour une utilisation future (dans certains cas seulement)

Les intervenants sont évidemment les entreprises, parfois l'autorité régulatrice, mais également des courtiers, et même des particuliers ou des organisations environnementales qui veulent retirer des permis du marché (un permis retiré, cest autant de pollution non émise).

Part II

Modèles d'évaluation et application numérique

Nous nous proposons à présent d'étudier la valorisation des dérivés climatiques et énergétiques puis de commenter quelques résultats de simulations.

3 L'incomplétude du marché

Le principal problème dans l'évaluation de ces produits est que le sous-jacent n'est pas négociable sur un marché : on ne peut en effet ni acheter, ni vendre une température. Cela suffit à interdire l'application du modèle de Black & Scholes puisque des conditions de viabilité et de complétude du marché constituent des préalables nécessaires. En outre, la plupart des dérivés climatiques ont un caractère exotique : ils sont souvent capés et les flux futurs sont basés sur des moyennes du sous-jacent (ex : HDD).

Pour toutes ces raisons, nous sommes conduits à développer des méthodes basées sur l'analyse des données historiques.

Nous nous proposons tout d'abord d'étudier les méthodes estimant les indices tels que les HDD et les CDD. Nous étudierons ensuite des méthodes permettant de prévoir les températures. A chaque fois, nous vérifierons la pertinence de ces méthodes à l'aide d'applications numériques.

Nous faisons les hypothèses suivantes :

- nous sommes le 01/01/2004 et nous voulons estimer les prix des Calls sur HDD des mois janvier, avril, juillet et décembre 2004
- l'analyse porte sur les villes de Bordeaux et de Lyon (nous disposons des températures de ces deux villes du 01/01/1997 au 31/12/2003¹²)
- prix d'exercice du Call : $K = 300$
- taux sans risque : $r = 0.02$
- tick : $\kappa = 1000\$$
- température de référence : 65°F (18.2°C)

Remarques :

- On peut s'attendre à ce que les flux du mois de juillet soient nuls puisqu'on travaille sur les HDD (demande de chaud) avec une base de 65°F
- On s'intéresse ici aux primes pures des contrats. Il n'y a donc aucune prime de risque, ni de marge commerciale

¹² nous disposons également des températures de l'année 2004 pour vérifier les prix estimés

4 Le modèle normal

4.1 Descriptif du modèle

La première méthode d'évaluation est une approche actuarielle consistant à estimer la loi du sous-jacent (HDD, CDD...), calculer l'espérance du payoff actualisé et à charger cette espérance. De tels calculs sont indispensables si l'on souhaite se protéger contre la volatilité du sous-jacent ou si l'on veut établir une marge commerciale.

Prenons l'exemple du HDD et considérons que :

$$(HDD | \mathcal{F}_t) \sim \mathcal{N}(\mu_t, \sigma_t^2)$$

Il s'agit d'une hypothèse de bon sens : la moyenne et la variance de la variable HDD dépendent d'une saisonnalité dont les caractéristiques se retrouvent dans la filtration naturelle \mathcal{F}_t . Il est évidemment invraisemblable de penser que la moyenne des HDD est la même durant une année.

Sous cette hypothèse de normalité, le prix du call sur HDD s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{aligned} Call(HDD, t, K) &= e^{-r(T-t)} \cdot \kappa \cdot \mathbb{E}((HDD - K)_+) \\ &= e^{-r(T-t)} \cdot \kappa \cdot ((\mu_t - K) \Phi\left(\frac{\mu_t - K}{\sigma_t}\right) + \frac{\sigma_t}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{\mu_t - K}{\sigma_t}\right)^2}) \end{aligned}$$

où κ désigne le tick, K le strike, T la maturité, r le taux sans risque et Φ la fonction de répartition de la normale centrée réduite.

Ce simple calcul nous permet ainsi d'obtenir la prime pure du contrat. Il reste ensuite à appliquer une marge pour le risque comme par exemple le principe de la valeur espérée.

Sous les mêmes hypothèses, le prix du Put sur HDD s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{aligned} Put(HDD, t, K) &= e^{-r(T-t)} \kappa \mathbb{E}((K - HDD)_+) \\ &= e^{-r(T-t)} \kappa \left[(K - \mu_t) \left(\Phi\left(\frac{K - \mu_t}{\sigma_t}\right) - \Phi\left(\frac{-\mu_t}{\sigma_t}\right) \right) + \frac{\sigma_t}{\sqrt{2\pi}} \left(e^{-\left(\frac{K - \mu_t}{\sigma_t}\right)^2} - e^{-\left(\frac{\mu_t}{\sigma_t}\right)^2} \right) \right] \end{aligned}$$

4.2 Application numérique

Avant toute chose, nous devons "désaisonnaliser les données". Pour ce faire, nous relevons les HDD des 84 mois références (12 mois sur 7 ans) et nous calculons leur moyenne mensuelle. La désaisonnalisation des données s'obtient tout simplement en soustrayant aux 84 HDD leur moyenne sur chaque mois d'observation. Les données ainsi obtenues peuvent être considérées comme normales.

En calculant la moyenne et la variance, et en appliquant l'algorithme *supra*, on obtient les résultats suivants :

	Bordeaux		Lyon	
	Prix réel	Prix estimé	Prix réel	Prix estimé
Janvier	162173.8	175411.2	281408.7	278840.2
Avril	4945.6	2569.5	7628.5	7107.5
Juillet	0	0	0	0
Novembre	315.0	234.4	457.8	412.2

On note que les écarts-types des données désaisonnalisées sont égaux à $\sigma_{Lyon} = 71.96$ et $\sigma_{Bord} = 59.49$ et que les observations fournissent une bonne estimation des prix. Cependant, les prix des Calls de Lyon sont beaucoup mieux estimés que ceux de Bordeaux (notamment en avril et novembre). Cela provient du fait que : $\sigma_{Lyon} > \sigma_{Bord}$ et que les températures de Bordeaux en 2004 sont plus froides que la moyenne.

On peut tout de même conclure à une bonne fiabilité de cette méthode.

5 Les séries chronologiques

Une autre méthode d'évaluation consiste à utiliser les séries chronologiques. On rappelle que ces séries sont une suite ordonnée d'observations d'une variable aléatoire (température, pression, HDD...) au cours du temps. L'objectif est d'estimer les caractéristiques de la série chronologique sur un jeu de données en vue d'établir des prévisions de la variable.

Le principal avantage dans l'utilisation des série chronologiques réside dans le fait que l'on peut prendre en compte la saisonnalité ainsi que la tendance de la grandeur à estimer.

5.1 Le modèle

Précisons tout d'abord quelques définitions¹³ :

On appelle processus stationnaire $ARMA(p, q)$ ($(p, q) \in \mathbb{N}^2$), tout processus $(X_t)_t$ tel qu'il existe des constantes $a_1 \dots a_p$, $\Theta_1 \dots \Theta_p$ et un bruit faible ϵ_t de variance σ^2 tels que :

$$\forall t \geq 0, \quad \underbrace{X_t - \sum_{k=1}^p a_k X_{t-k}}_{\text{partie autorégressive}} = \underbrace{\epsilon_t + \sum_{j=1}^p \Theta_j \epsilon_{t-j}}_{\text{partie moyenne mobile}}$$

Les modèles ARMA permettent d'étudier les processus stationnaires. Pour prendre en compte les tendances, on utilise les processus $ARIMA(p, q, d)$ ($(p, q, d) \in \mathbb{N}^3$). Il s'agit des processus $(X_t)_t$ tels que :

$$(\Delta^d X_t)_t = (X_t - X_{t-d})_t$$

soit un processus $ARMA(p, q)$ stationnaire sachant que :

$$\Delta^d X_t = (1 - B)^d X_t \text{ et que } B X_t = X_{t-1}.$$

B est l'opérateur retard.

Enfin, pour prendre en compte la saisonnalité, on définit les processus $SARIMA$: $(X_t)_t$ est un processus $SARIMA(p, q, d) \times (P, Q, D)_s$ de période s si :

$$Y_t = \Delta^d \Delta_s^D X_t = (1 - B)^d (1 - B^s)^D X_t$$

est un processus $ARMA$ de la forme :

$$A(B)F(B^s)Y_t = \Theta(B)G(B^s)\epsilon_t,$$

avec A est un polynôme de la forme :

¹³ on se reportera à XXX pour plus de détails

$$A(z) = 1 - \sum_{k=1}^p a_k z^k$$

représentant la partie autorégressive, Θ un polynôme de la forme :

$$\Theta(z) = 1 + \sum_{k=1}^p \Theta_k z^k$$

représentant la partie mobile. F et G désignent deux polynômes représentant la partie autoregressive et la partie mobile de la saisonnalité $Y_t - Y_{t-1}$.

Nous nous intéressons à ce modèle pour modéliser le sous-jacent (température, pression, HDD...) et on utilise une méthode automatique pour minimiser le critère AIC (Akaike's Information Criterion) afin d'obtenir les degrés du processus *SARIMA*.

5.2 Application numérique

Après calculs, on obtient les modèles suivants :

- Pour Lyon : le processus qui minimise le critère AIC est le processus *SARIMA*(0, 0, 1)(1, 0, 1)_{s=12}. Il correspond aux polynômes suivants :

$$A(z) = 1 \quad \Theta(z) = 1 + \theta_1 \cdot z \quad F(z) = 1 - \varphi_1 \cdot z, \text{ et } G(z) = 1 + \gamma_1 z$$

Ainsi, on obtient le processus suivant :

$$X(t) - \varphi_1 \cdot X(t - 12) = \varepsilon_t + \theta_1 \cdot \varepsilon_{t-1} + \gamma_1 \cdot \varepsilon_{t-12} + \theta_1 \cdot \gamma_1 \cdot \varepsilon_{t-13}$$

avec les constantes suivantes : $\varphi_1 = 0.24$, $\theta_1 = -0.959$ et de moyenne 352.47

- Pour Bordeaux : le processus qui minimise le critère AIC est le processus *SARIMA*(0, 0, 0)(1, 0, 2)_{s=12}. Il correspond aux polynômes suivants :

$$A(z) = 1 \quad \Theta(z) = 1 \quad F(z) = 1 - \varphi_1 \cdot z, \text{ et } G(z) = 1 + \gamma_1 z + \gamma_2 z^2$$

On obtient le processus suivant :

$$X(t) - \varphi_1 \cdot X(t - 12) = \varepsilon_t + \gamma_1 \cdot \varepsilon_{t-12} + \gamma_2 \cdot \varepsilon_{t-24}$$

avec les constantes suivantes : $\varphi_1 = 1$, $\gamma_1 = -1.304$, $\gamma_2 = 0.3633$ et de moyenne 275.65

On constate que les modèles rejettent une tendance haussière des données. Naturellement, on ne peut faire aucune conclusion générale compte tenu de la période observée (7 ans).

Grâce à ces modèles, on obtient les prix suivants :

	Bordeaux		Lyon	
	Prix réel	Prix estimé	Prix réel	Prix estimé
Janvier	162173.8	153959.6	281408.7	281654.9
Avril	4945.6	4827.0	7628.5	6519.5
Juillet	0	0	0	0
Novembre	315.0	307.8	457.8	406.3

On observe une très bonne modélisation des prix. Quelle que soit la ville ou la période d'observation, les prix des Calls sont bien modélisés.

Cette méthode apparaît donc très puissante sur nos données.

6 Le modèle d'Ornstein-Uhlenbeck

6.1 Le modèle

Une autre méthode, très développée dans les ouvrages, est celle d'une modélisation dynamique du sous-jacent. Il s'agit d'introduire un processus de retour à la moyenne de type Ornstein-Uhlenbeck. L'équation régissant le processus de température $(T_t)_t$ du modèle est la suivante :

$$d(T_t - m_t) = \alpha(m_t - T_t)dt + \sigma dW_t$$

avec :

- T_t la température à la date t
- m_t la moyenne historique des températures pour la date t
- W un mouvement brownien standard
- σ la volatilité
- α la force de retour (constante).

La moyenne des températures a une forme bien particulière due au caractère saisonnier inconditionnel des fluctuations des températures :

$$m_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 \sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right) + \beta_3 \cos\left(\frac{2\pi}{365}t\right)$$

La présence de cette moyenne dans le membre gauche de l'équation vérifiée par T permet une convergence en moyenne vers cette composante saisonnière assez rapide. La solution de l'équation différentielle stochastique est :

$$\forall 0 \leq s \leq t, \quad T_t = m_t + e^{-\alpha(t-s)}(T_s - m_s) + \sigma \int_0^t e^{-\alpha(t-u)} dW_u^{\mathbb{Q}}$$

On sait de plus que ce processus est gaussien de moyenne et de variance conditionnelle

$$\mathbb{E}(T_t/F_s) = m_t + e^{-\alpha(t-s)}(T_s - m_s)$$

et

$$\text{Var}(T_t/F_s) = \frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha(t-s)})$$

Pour procéder à des simulations de Monte Carlo, il est indispensable de discrétiser l'équation différentielle vérifiée par T :

$$T_{t+\Delta_t} - T_t = m_{t+\Delta_t} - m_t + \alpha(m_t - T_t)\Delta_t + \sigma\sqrt{\Delta_t}\epsilon_t$$

Etant donné que les données historiques sont relevées chaque jour, Δ_t est pris égal à 1 dans notre schéma de discrétisation. En posant par ailleurs : $\tilde{T}_t = T_t - m_t$, l'équation de discrétisation devient:

$$\tilde{T}_{t+1} = (1 - \alpha)\tilde{T}_t + \sigma\epsilon_t$$

Les coefficients α et σ sont obtenus par régression linéaire des températures d'aujourd'hui sur les températures d'hier. La moyenne m_t des températures est déterminée en faisant une nouvelle

régression linéaire des températures sur les jours et les 2 sinusoides. On détermine ainsi les 4 coefficients $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ et β_3 .

Tous les paramètres étant estimés, il maintenant aisé de procéder à des simulations de Monte Carlo Dans le cas où T_t est supérieur à 65°F , HDD est un processus gaussien. En effet, le processus $(T_t)_t$ étant gaussien, la variable HDD ($= \sum_{i=1}^n (65 - T_{t_i})_+$) suit encore une loi gaussienne $\mathcal{N}(\mu_t, \nu_t)$ où :

$$\mu_t = \sum_{i=1}^n \mathbb{E}(T_{t_i}/F_t) - 65n \text{ et}$$

$$\nu_t = \sum_{i=1}^n \text{Var}(T_{t_i}/F_t) + 2 \sum_{i \neq j}^n \text{Cov}(T_{t_i}, T_{t_j}/F_t)$$

On retrouve ainsi la normalité du modèle. La formule explicite du Call s'écrit alors :

$$\text{Call}(HDD, t, K) = e^{-r(T-t)} k((\mu_t - K) \Phi\left(\frac{\mu_t - K}{\nu_t}\right) + \frac{\nu_t}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{\mu_t - K}{\nu_t}\right)^2})$$

Ce cas particulier peut être valide en été mais il est nécessaire d'utiliser une méthode par simulations de Monte Carlo le reste de l'année.

Il existe deux manières pour améliorer ce modèle, soit on ajoute une prime de risque, soit on introduit une fonction d'utilité de type exponentielle.

6.1.1 Prime de risque

En introduisant maintenant la prime de risque λ (constante) sur le marché [YO03], l'équation régissant le processus T sous la probabilité \mathbb{Q} est :

$$d(T_t - m_t) = \alpha(m_t - T_t - \lambda\sigma)dt + \sigma dW_t^{\mathbb{Q}}$$

L'expression de T_t , de son espérance et de sa variance conditionnelle devient :

$$\forall 0 \leq s \leq t, \quad T = m_t + e^{-\alpha(t-s)}(T_s - m_s) - \frac{\lambda\sigma}{\alpha}(1 - e^{-\alpha(t-s)}) + \sigma \int_0^t e^{-\alpha(t-u)} dW_u^{\mathbb{Q}}$$

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}(T_t/F_s) = m_t + e^{-\alpha(t-s)}(T_s - m_s) - \frac{\lambda\sigma}{\alpha}(1 - e^{-\alpha(t-s)})$$

$$\text{Var}^{\mathbb{Q}}(T_t/F_s) = \frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha(t-s)})$$

6.1.2 Les fonctions d'utilité

La prime de risque λ est déterminée à partir de l'historique du prix des dérivés. Comme nous ne disposons pas de telles données, nous utilisons la méthode proposée par Pauline Barrieu dans son mémoire (voir [BAR02]).

On suppose que les investisseurs ont une fonction d'utilité exponentielle de la forme :

$$u(x) = -\frac{1}{\gamma} e^{-\gamma x}$$

Ainsi le prix du call sur HDD s'exprime de la façon suivante :

$$\text{Call}(HDD, t, K) = -\frac{1}{\gamma} \ln(\mathbb{E}(e^{-\gamma(HDD-K)_+})) e^{-r(T-t)} k$$

Le coefficient γ représente l'aversion au risque de l'acheteur potentiel. C'est là une autre manière d'incorporer le risque et de trouver le "prix d'indifférence".

6.2 Application numérique

Il faut tout d'abord estimer (pour les deux villes) les paramètres de l'équation:

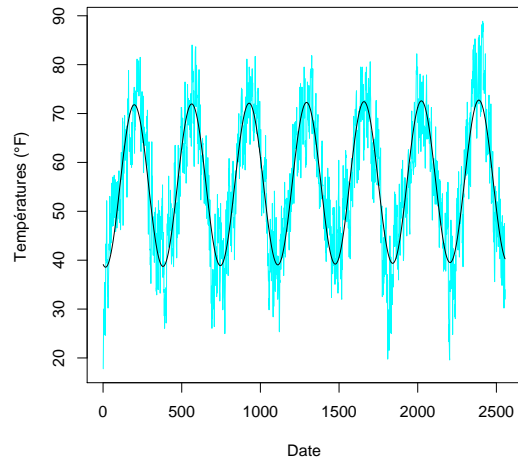
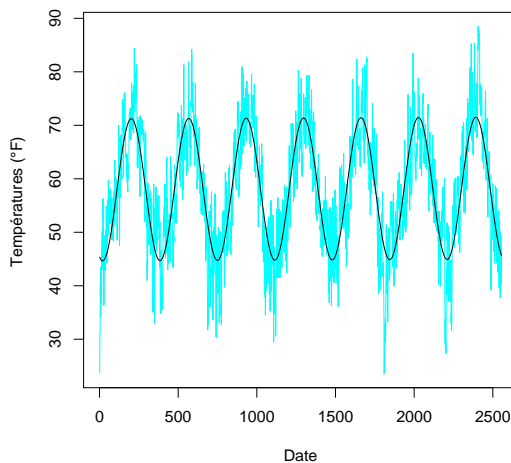
$$m(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 \cos\left(\frac{2\pi t}{365}\right) + \beta_3 \sin\left(\frac{2\pi t}{365}\right)$$

On obtient par régression linéaire les paramètres suivants:

	β_0	β_1	β_2 saisonalité	β_3
Lyon	55.14	0.0004326	-4.472	-15.96
Bordeaux	57.93	0.000166	-4.415	-12.53

Les tests révèlent que les constantes β_1 de Lyon et de Bordeaux peuvent être considérées comme nulles. On aboutit donc aux mêmes conclusions qu'avec les séries chronologiques ie on ne peut pas conclure à une tendance sur ces données.

On obtient les graphes suivants :



Températures réelles et estimées de **Bordeaux**

Températures réelles et estimées de **Lyon**

Remarque : attention au fait que les échelles des températures sont différentes.

On constate sur le graphe *supra* que les températures hivernales et estivales sont plus volatiles que les celles du printemps et de l'automne. On peut légitimement penser que les estimations sont moins difficiles pour les deux dernières saisons.

Il reste à estimer α et σ . On obtient :

	α	σ
Bordeaux	0.223	3.794
Lyon	0.2	3.927

On peut donc comparer les prix estimés par cette méthode.

	Bordeaux		Lyon	
	Prix réel	Prix estimé	Prix réel	Prix estimé
Janvier	162173.8	173142.0	281408.7	262783.2
Avril	4945.6	0	7628.5	0
Juillet	0	0	0	0
Novembre	315.0	91.1	457.8	262.8184

On observe que les prix estimés sont ne correspondent absolument pas aux prix réels, ce qui nous conduit à estimer les températures d'un mois donné en utilisant les valeurs relevées le mois précédent jusqu'au mois suivant.

On obtient les résultats suivants :

	Bordeaux		Lyon	
	Prix réel	Prix estimé	Prix réel	Prix estimé
Janvier	162173.8	196048.9	281408.7	287291.6
Avril	4945.6	0	7628.5	2970.50
Juillet	0	0	0	0
Novembre	315.0	161.1	457.8	319.6

On constate que ces résultats sont meilleurs mais encore loin des résultats obtenus avec les séries chronologiques. Ils peuvent cependant être améliorés par d'autres paramétrisation de $m(t)$. En effet, on peut penser qu'en adaptant les formules de $m(t)$ au mois recherché, on puisse avoir de meilleurs résultats (forme linéaire pour le printemps et l'automne ou forme quadratique pour l'été et l'hiver).

7 Autres pistes de volarisation

Il faut bien garder à l'esprit que l'objectif des trois méthodes que nous venons de détailler est de modéliser la température ou l'indice de température à partir des données historiques. Toutes ces méthodes prennent en compte le caractère saisonnier du sous-jacent.

Grâce aux applications numériques, on sait que la méthode par séries chronologiques est la meilleure pour le jeu de données considéré. D'autres méthodes peuvent également être utilisées pour valoriser les dérivés climatiques. On pense notamment aux séries chronologiques pour estimer directement les températures bien que cela puisse s'avérer couteux d'un point de vue algorithmique.

Il est encore possible d'adapter la formule de Black & Scholes en "répliquant" le sous-jacent à l'aide des produits les plus liquides du marché comme les swaps (et ainsi contourner l'absence de liquidité du sous-jacent).

8 Conclusion

Les dérivés climatiques et énergétiques répondent efficacement à des besoins spécifiques de couverture. Ils connaissent de nombreuses applications allant même jusqu'au financement d'opérations marketing.

Cependant, le marché étant récent (et donc immature), il existe plusieurs déséquilibres. Le principal est d'ordre géographique et sur ce point, le marché américain est beaucoup plus développé que le marché européen.

Plusieurs raisons peuvent être mises en avant :

- on observe une plus grande volatilité des températures dans certaines régions nord-américaines. Ceci justifie l'existence et la plus grande liquidité des couvertures.
- pour des raisons historiques, l'ouverture des marchés énergétiques est nettement plus aboutie aux Etats-Unis. Cette concurrence favorise le développement des dérivés climatiques et énergétiques.

Le deuxième déséquilibre est dû à l'asymétrie de la demande. Pour le moment, les agents économiques utilisent majoritairement les dérivés climatiques et énergétiques en vue de se couvrir. On peut prendre l'exemple des stations de skis qui se protègent contre un hiver trop doux. Ce déséquilibre entraîne une hausse des prix et donc une liquidité restreinte des produits dérivés.

Outre les difficultés de pricing que nous avons relevé, s'ajoutent le problème de la non-standardisation des indices. Le marché européen est pour le moment exclusivement de gré à gré et chaque agent définit un indice personnalisé afin de se couvrir de façon optimale. Ceci implique une étude personnalisée qui s'avère coûteuse en études d'analyses statistiques.

D'un autre côté, l'ouverture du marché énergétique en Europe est un moteur dans l'émergence des dérivés climatiques et énergétiques. L'accentuation de la concurrence, l'émergence de nouveaux acteurs ainsi que les ouvertures de capitaux devraient créer un contexte favorable à une demande croissante en couvertures climatiques.

Ces nouveaux acteurs peuvent également contribuer à un rééquilibrage du marché entre acheteurs et vendeurs et entraîner *de facto* une atténuation de l'asymétrie. On peut par exemple prendre la divergence des centres d'intérêt d'une société de BTP et d'une station de ski puisque le premier court le risque d'être touché par un hiver rude tandis que le deuxième bénéficie de la tendance.

En considérant que le développement de ces dérivés passe par un effort marketing et de communication envers les industriels, la croissance de PowerNext est un signal encourageant. De façon plus générale, ces dérivés peuvent être le support d'offres marketing. On pense notamment, à l'opération réalisée par l'enseigne de grande distribution "*Champion*" qui finança une opération publicitaire par des dérivés climatiques : elle promettait le remboursement de glaces si la température atteignait les 31°C le 31 août. Au final, quelles que soient les températures de cette journée, les dépenses liées à cette offre promotionnelle seront égales aux primes du contrat de couverture.

A terme, le marché s'équilibrant, on peut imaginer la standardisation de nouveaux indices reposant sur les chutes de neiges ou même la pluviométrie. Une fois le marché mature, on peut penser que l'utilisation de ces produits en tant qu'investissement alternatif sera plus courante.

References

- [SP05] Smadja, P., A.Y. Pont (2005) “Quel avenir pour les dérivés climatiques en Europe ?”
- [HUL04] Hull, J. (2004) “Options, futures et autres actifs dérivés”, 5ème édition, *Pearson Education*
- [YO03] Yoo, S. (2003) “Weather derivatives and seasonal forecast”
- [AD06] Argaud, J.P., O. Dubois (2006) “Méthodes mathématiques pour la finance”
- [BAR02] Barrieu, P. (2002) “Produits dérivés météorologiques et environnement”

ANNEXES

Démonstrations

Modèle normal Vérifions que si

$$HDD | \mathcal{F}_t \sim \mathcal{N}(\mu_t, \sigma_t^2)$$

alors

$$Call(HDD, t, K) = e^{-r(T-t)} k \mathbb{E}((HDD - K)_+) = e^{-r(T-t)} k ((\mu_t - K) \Phi\left(\frac{\mu_t - K}{\sigma_t}\right) + \frac{\sigma_t}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{\mu_t - K}{\sigma_t}\right)^2})$$

où k désigne le tick, K le strike, T la maturité, r le taux sans risque.

$$\begin{aligned} E &= \int_K^\infty (x - K) f_{HDD}(x) = \int_K^\infty (x - K) \frac{e^{-\frac{(x-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} dx \\ \text{on pose } u &= \frac{x - \mu_t}{\sigma_t} \\ &= \int_{\frac{K-\mu_t}{\sigma_t}}^\infty (u\sigma_t + \mu_t - K) \frac{e^{-\frac{u^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} du = \sigma_t \int_{\frac{K-\mu_t}{\sigma_t}}^\infty u \frac{e^{-\frac{u^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} du + (\mu_t - K) \int_{\frac{K-\mu_t}{\sigma_t}}^\infty \frac{e^{-\frac{u^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} du \\ &= \frac{\sigma_t}{\sqrt{2\pi}} [-e^{-\frac{u^2}{2}}]_{\frac{K-\mu_t}{\sigma_t}}^\infty + (\mu_t - K) (1 - \Phi\left(\frac{K - \mu_t}{\sigma_t}\right)) \\ &= \frac{\sigma_t}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(K-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}} + (\mu_t - K) \Phi\left(-\frac{K - \mu_t}{\sigma_t}\right) \end{aligned}$$

De même on obtient la formule du put :

$$\begin{aligned} Put(HDD, t, K) &= e^{-r(T-t)} \kappa \mathbb{E}((K - HDD)_+) \\ &= e^{-r(T-t)} \kappa [(K - \mu_t) (\Phi\left(\frac{K - \mu_t}{\sigma_t}\right) - \Phi\left(\frac{-\mu_t}{\sigma_t}\right)) + \frac{\sigma_t}{\sqrt{2\pi}} (e^{-\left(\frac{K-\mu_t}{\sigma_t}\right)^2} - e^{-\left(\frac{\mu_t}{\sigma_t}\right)^2})] \end{aligned}$$

Puisque

$$\begin{aligned} E &= \int_0^K (K - x) f_{HDD}(x) = \int_0^K (K - x) \frac{e^{-\frac{(x-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} dx \\ \text{on pose } u &= \frac{x - \mu_t}{\sigma_t} \\ &= \int_{\frac{-\mu_t}{\sigma_t}}^{\frac{K-\mu_t}{\sigma_t}} (K - u\sigma_t - \mu_t) \frac{e^{-\frac{u^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} du = -\sigma_t \int_{\frac{-\mu_t}{\sigma_t}}^{\frac{K-\mu_t}{\sigma_t}} u \frac{e^{-\frac{u^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} du + (K - \mu_t) \int_{\frac{-\mu_t}{\sigma_t}}^{\frac{K-\mu_t}{\sigma_t}} \frac{e^{-\frac{u^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} du \\ &= \frac{\sigma_t}{\sqrt{2\pi}} [-e^{-\frac{u^2}{2}}]_{\frac{-\mu_t}{\sigma_t}}^{\frac{K-\mu_t}{\sigma_t}} + (\mu_t - K) (\Phi\left(\frac{K - \mu_t}{\sigma_t}\right) - \Phi\left(\frac{-\mu_t}{\sigma_t}\right)) \\ &= \frac{\sigma_t}{\sqrt{2\pi}} (e^{-\frac{(K-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}} - e^{-\frac{(-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}}) + (\mu_t - K) (\Phi\left(\frac{K - \mu_t}{\sigma_t}\right) - \Phi\left(\frac{-\mu_t}{\sigma_t}\right)) \end{aligned}$$

Modèle d'Ornstein-Uhlenbeck Montrons que si

$$d(T_t - m_t) = \alpha(m_t - T_t - \lambda\sigma)dt + \sigma dW_t^{\mathbb{Q}}$$

on a alors

$$\forall 0 \leq s \leq t, T_t = m_t + e^{-\alpha(t-s)}(T_s - m_s) - \frac{\lambda\sigma}{\alpha}(1 - e^{-\alpha(t-s)}) + \sigma \int_0^t e^{-\alpha(t-u)} dW_u$$

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}(T_t/F_s) = m_t + e^{-\alpha(t-s)}(T_s - m_s) - \frac{\lambda\sigma}{\alpha}(1 - e^{-\alpha(t-s)})$$

$$Var^{\mathbb{Q}}(T_t/F_s) = \frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha(t-s)})$$

On définit le processus $(X_t)_t$ par

$$T_t - m_t$$

Ainsi l'EDS devient :

$$dX_t = (-\alpha X_t - \lambda\sigma)dt + \sigma dW_t^{\mathbb{Q}}$$

On pose $f(t, x) = xe^{\alpha t}$. On sait que f est deux fois continument dérivable par rapport à x et une fois par rapport à t . On obtient $f'_x(t, x) = e^{\alpha t}$, $f''_{xx}(t, x) = 0$ et $f'_t(t, x) = \alpha xe^{\alpha t}$. En appliquant la formule d'Itô, on trouve :

$$df(t, X_t) = (\alpha X_t e^{\alpha t} + (-\alpha X_t - \lambda\sigma)e^{\alpha t})dt + \sigma e^{\alpha t} dW_t^{\mathbb{Q}}$$

$$dY_t = -\lambda\sigma e^{\alpha t} dt + \sigma e^{\alpha t} dW_t^{\mathbb{Q}}$$

$$Y_t - Y_s = -\lambda\sigma \int_s^t e^{\alpha u} du + \sigma \int_s^t e^{\alpha u} dW_u^{\mathbb{Q}}$$

$$X_t e^{\alpha t} = X_s e^{\alpha s} - \frac{\lambda\sigma}{\alpha} [e^{\alpha u}]_s^t + \sigma \int_s^t e^{\alpha u} dW_u^{\mathbb{Q}}$$

$$T_t - m_t = (T_s - m_s)e^{-\alpha(t-s)} - \frac{\lambda\sigma}{\alpha}(e^{\alpha t} - e^{\alpha s})e^{-\alpha t} + \sigma e^{\alpha t} \int_s^t e^{\alpha u} dW_u^{\mathbb{Q}}$$

$$T_t = m_t + (T_s - m_s)e^{-\alpha(t-s)} - \frac{\lambda\sigma}{\alpha}(1 - e^{-\alpha(t-s)}) + \sigma \int_s^t e^{-\alpha(t-u)} dW_u^{\mathbb{Q}}$$

Or on remarque que $\sigma \int_s^t e^{-\alpha(t-u)} dW_u^{\mathbb{Q}}$ est une intégrale de Wiener, dont on connaît beaucoup de propriétés. C'est un processus gaussien centré de variance $\sigma^2 \int_s^t e^{-2\alpha(t-u)} du = \frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha(t-s)})$. Ainsi on retrouve les expressions des deux premiers moments.

Les Echos N°19766 du 05 Octobre 2006

Page n°32

DÉRIVÉS

La dure conversion des industriels à la gestion de leur risque climatique

La Weather Risk Management Association (WRMA) a choisi Toulouse et les locaux de Météo France pour sa convention européenne sur la gestion des risques climatiques. Mais si le nombre des participants a doublé, c'est grâce au contingent toujours plus important des acteurs financiers et des producteurs d'énergie. Les industriels, les plus exposés aux variations de température, aux précipitations et au gel pourtant, sont restés bien absents des débats.

L'Europe ne connaît pas encore l'engouement de l'Amérique pour les produits financiers de couverture. Sur le Chicago Mercantile Exchange (CME), la valeur des contrats traités sur un an glissant entre 2005 et 2006 a dépassé 45 milliards de dollars. C'est cinq fois plus que la précédente saison. De ce côté-ci de l'Atlantique, la Bourse de l'électricité Powernext, qui offre une gamme d'indices climatiques concoctés par Météo France, attend un frémissement d'intérêt des clients avant de proposer des contrats cotés. Les intervenants de la WRMA parlent encore de promotion ou de marketing, voire d'évangélisation, pour amener les directions des groupes industriels à envisager de prendre des outils de couverture.

Dans ce climat, l'annonce, hier, de la société française Kalibraxe a fait naître un petit espoir. Elle a répondu à une demande de ses clients industriels, principalement dans l'agroalimentaire. Préoccupés par les effets de l'évolution des températures sur leurs activités, ils souhaitaient une parade. Kalibraxe leur propose aujourd'hui WeatherXE, une plate-forme pour des contrats financiers que le client demandeur va construire simplement en indiquant l'indice, la duration, le prix, l'option...

L'offre devrait s'étoffer

La contrepartie pourra être assurée par un autre client qui a un besoin contraire ou par un financier. Fondée sur un indice de température, la valeur du contrat sera rafraîchie quotidiennement et consultable sur le site de Kalibraxe. « *C'est un produit complémentaire à notre offre qui devrait encore s'étoffer* », ajoute Michèle Assouline, directeur général et cofondatrice de l'entreprise. Créée il y a un an et employant 8 personnes à Londres et à Paris, elle optimise déjà la consommation d'électricité d'une quinzaine de clients, en allant se fournir au meilleur prix auprès des marchés Powernext, EEX et Nord Pool. « *Nous pouvons leur faire économiser de 5 à 15 % sur leurs factures, explique Michèle Assouline. Dès lors, pas besoin de se délocaliser pour obtenir le meilleur prix.* »

STÉPHANE LE PAGE

FUTURES		OPTIONS			
CME Heating Degree Day Futures					
Trade Unit	\$20 times the Heating Degree Day Index	Trading Venue:	CME® Globex®		
Settle Method	Cash Settled	Hours	Mon/Thurs 5:00 p.m.-3:15 p.m.; Sun/Hol 5:00 p.m.-3:15 p.m. LTD(9:00 a.m.)^		
Point Descriptions	1 point = 1.00 Degree Day Index = \$20.00	Listed	All listed series	Minimum Fluctuation	Regular 1.00=\$20.00
Contract Listing	Oct, Nov, Dec, Jan, Feb, Mar, Apr	Strike	n/a		
Strike Price Interval	N/A	Limits	Implemented 4/28/02, Bands have been established that are 50 index points (plus or minus) around "CME Last Price", equating to a maximum exposure of \$5,000 per contract.		
Product Code	Clearing + Ticker: H1=Atlanta H2=Chicago H3=Cincinnati H4=New York H5=Dallas H6=Philadelphia H7=Portland H8=Tucson H9=Des Moines H0=Las Vegas HK=Detroit HQ=Minneapolis HR=Houston HS=Sacramento HA=Salt Lake City HV=Baltimore HW=Boston HX=Kansas City				

Figure 6: exemple de contrat *future* sur le CME

FUTURES		OPTIONS			
CME EUROPEAN MONTHLY HEATING DEGREE DAY					
CME European Monthly Heating Degree Day Options					
Trade Unit	One European Monthly Heating Degree Day Futures contract	Trading Venue:	Floor		
Point Descriptions	1 point = 1.00 Degree Day Index = 20 GBP	Hours	Mon/Fri 8:30 a.m. to 3:15 p.m. (CST) LTD(9:00 a.m.)^	Minimum Fluctuation	Regular 1.00=20 GBP
Contract Listing	Oct, Nov, Dec, Jan, Feb, Mar and Apr. European Exercise Style Only!	Listed	All listed series		
Strike Price Interval	1 Index Point e.g. 701, 702, 703 Allowable strike range: 1 to 1700	Strike	All listed intervals		Cab 0.50=10 GBP
Product Code	Clearing & Ticker Calls/Puts: D0=London D1=Paris D2=Amsterdam D3=Berlin D5=Stockholm				

Figure 7: exemple d'une option avec plancher sur le CME